1. Dana jest macierz sąsiedztw grafu $G = (V, E)$, $V = \{v_1, \ldots, v_{|V(G)|}\}$:

$$\text{(a)} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{(b)} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Podać liczbę krawędzi grafu G, wskazać w grafie G drogę długości 4 (o ile istnieje), łańcuch długości 6 (o ile istnieje), znaleźć macierz incydencji grafu G, podać stopień wierzchołka v_3, znaleźć macierze incydencji grafów $G[\{v_1, v_2, v_3\}]$, $G[\{v_2, v_4, v_5, v_6\}]$.

2. Dana jest macierz incydencji grafu $G = (V, E)$, $V = \{v_1, \ldots, v_6\}$, postaci $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.

   Znaleźć macierz sąsiedztw grafu G, sprawdzić, czy jest dwudzielny, znaleźć jego dopełnienie, podać listy sąsiedztw tego grafu.

3. Wyznaczyć liczbę krawędzi grafu K_n, $K_{21,11,15,3}$, $\overline{P_7} + K_{2,4,6}$, $(C_{11} \cup K_5) + P_2$.

4. Przedstawić graficznie wszystkie nieizomorficzne grafy o liczbie wierzchołków 3, 4. Wskazać, które grafy są dwudzielne, spójne.

5. Podać przykłady, o ile istnieją:
   (a) grafu dwudzielnego regularnego,
   (b) grafu niespójnego o n wierzchołkach i $\binom{n-1}{2} + 1$ krawędziach, $n \in N$, $n \geqslant 3$,
   (c) dwóch grafów G_1, G_2 takich, że $G_1 + e_1$ jest izomorficzny z $G_2 - e_2$ dla pewnych krawędzi $e_1 \in E(\overline{G_1})$, $e_2 \in E(G_2)$.

6. Pokazać, że w dowolnym grafie istnieją co najmniej dwa wierzchołki tego samego stopnia.

7. Pokazać, że liczba wierzchołków stopnia nieparzystego w dowolnym grafie jest zawsze parzysta.

8. Pokazać, że wśród dowolnych sześciu osób zawsze znajdziemy trzy osoby, z których każde dwie znają się lub trzy, z których żadne dwie się nie znają.

9. Pokazać, że nie istnieje graf niespójny G taki, że $\overline{G}$ jest niespójny.

10. Niech G będzie grafem samodopełnieniowym, tzn. takim, że G i $\overline{G}$ są izomorficzne. Pokazać, że $|V(G)| = 4k$ lub $|V(G)| = 4k+1$, dla pewnego $k \in N_0$. Podać przykłady grafów samodopełnieniowych o liczbie wierzchołków 4, 5, 8, 9.