

## LISTA 2

(Liczby zespolone)

**Zad. 1** Wykonać podane działania:

- (a)  $(-2+3i)+(7-8i)$ , (b)  $(1-3i)+(4-5i)$ ,  
(c)  $(1+\sqrt{2}i)-(\sqrt{3}-6i)$ , (d)  $(4i-3)-(1+10i)$ ,  
(e)  $(-2+3i)\cdot(7-8i)$ , (f)  $(1+\sqrt{2}i)\cdot(\sqrt{3}-6i)$ ,  
(g)  $\frac{2-3i}{5+4i}$ , (h)  $\frac{2+3i}{1+i}$ ,  
(i)  $z\cdot\bar{w}$ ,  $\frac{z-w}{z+w}$ ,  $\frac{\operatorname{Re} z+i\operatorname{Im} w}{z+w}$ , dla  $z=5-2i$ ,  $w=3+4i$ .

**Zad. 2.** Podane liczby zespolone zapisać w postaci trygonometrycznej i wykładniczej:

- (a)  $-6+6i$ , (b)  $2i$ ,  
(c)  $\sqrt{3}+i$ , (d)  $\sqrt{3}-i$ ,  
(e)  $-5+5\sqrt{3}i$ , (f)  $7+7i$ .

**Zad. 3.** Obliczyć wartości podanych wyrażeń (stosując wzór Moivre'a), wynik podać w postaci algebraicznej:

- (a)  $(1-i)^{12}$ , (b)  $(1+\sqrt{3}i)^8$ ,  
(c)  $(2\sqrt{3}-2i)^{30}$ , (d)  $(\cos\frac{\pi}{4}-i\sin\frac{\pi}{4})^{10}$ ,  
(e)  $\frac{(1+i)^{22}}{(1-i\sqrt{3})^6}$ , (f)  $\left(\frac{1-i}{\sqrt{3}+i}\right)^6$ .

**Zad. 4.** Korzystając z definicji obliczyć podane pierwiastki:

- (a)  $\sqrt{-1+i\sqrt{3}}$ , (b)  $\sqrt{-11+60i}$ , (c)  $\sqrt[3]{i}$ , (d)  $\sqrt[4]{16}$ .

**Zad. 5.** Obliczyć i narysować na płaszczyźnie zespolonej podane pierwiastki:

- (a)  $\sqrt{-i}$ , (b)  $\sqrt[3]{-27i}$ , (c)  $\sqrt[5]{32i}$ , (d)  $\sqrt[3]{-1+i}$ .

**Zad. 6.** Narysować na płaszczyźnie zespolonej zbiory punktów spełniających warunki:

- a)  $|z|\leq 2$ ; b)  $0\leq\arg z\leq\frac{\pi}{4}\wedge|z|\leq 3$ ; c)  $|z-i|\leq 1$ ;  
d)  $0<\operatorname{Re} z<3$ ; e)  $|z-(4+3i)|<2$ ; f)  $\operatorname{Re}(iz+2)\geq 0$ ;  
g)  $\operatorname{Re} z = \operatorname{Im} z$ ; h)  $1\leq|z-i|\leq 2$ .

**Zad. 7.** Rozwiązać równania w zbiorze liczb zespolonych:

- a)  $z^2-4z+5=0$ ; b)  $z^3+z^2+3z-5=0$ ; c)  $z^4-4z^2+3=0$ ;  
d)  $z^2-(2+i)z-(1-7i)=0$  e)  $2z+(3-i)\bar{z}=3+4i$ ; f)  $z+i=\overline{z+i}$ .