

## LISTA 4

(Układy równań liniowych)

**Zad. 1.** Znaleźć (o ile istnieją) rozwiązania podanych układów równań:

$$\text{a) } \begin{cases} 2x - 5y = 1 \\ 4x - 10y = 3 \end{cases},$$

$$\text{b) } \begin{cases} x - y = 3 \\ 2x + y = 7 \end{cases},$$

$$\text{c) } \begin{cases} 3x + y = 1 \\ 9x + 3y = 3 \end{cases},$$

$$\text{d) } \begin{cases} x - y + 3z = 2 \\ 2x + 7y + 5z = 1 \\ 2x - 2y + 6z = -5 \end{cases},$$

$$\text{e) } \begin{cases} x + y - 4z = 0 \\ 2x + 2y - 8z = 1 \\ 5x + 5y - 20z = 3 \end{cases},$$

$$\text{f) } \begin{cases} 5x - 6y + 4z = 3 \\ 3x - 3y + 2z = 2 \\ 4x - 5y + 2z = 1 \end{cases},$$

$$\text{g) } \begin{cases} x - y + 3z = 0 \\ 2x + y + z = 0 \\ 5x + 2y - 5z = 0 \end{cases},$$

$$\text{h) } \begin{cases} x - y - z = 0 \\ x + 4y + 2z = 0 \\ 3x + 7y + 3z = 0 \end{cases},$$

$$\text{i) } \begin{cases} 2x + y - 4z = 0 \\ 3x - y - z = 0 \\ x + 4y - 9z = 0 \end{cases},$$

$$\text{j) } \begin{cases} x - y + z - t = 2 \\ 3x - y - 7z + 2t = 0 \\ 6x + 2y - z - t = 3 \\ 2x - 2y + 2z - 2t = 5 \end{cases},$$

$$\text{k) } \begin{cases} x + 2y + 3z + 4t = 5 \\ 2x + y + 2z + 3t = 1 \\ 3x + 2y + z + 2t = 1 \\ 4x + 3y + 2z + t = -5 \end{cases},$$

$$\text{l) } \begin{cases} x + 2y + 3z - 4t = 4 \\ y - z + t = -3 \\ x + 3y - 3t = 1 \\ -7y + 3z + t = -3 \end{cases},$$

**Zad. 2.** Rozwiązać układy równań liniowych  $AX = B$  dla macierzy:

$$\text{a) } A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 3 \\ 7 \end{bmatrix}; \quad \text{b) } A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 9 & 1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}; \quad \text{c) } A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & -2 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\text{d) } A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad \text{e) } A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & -7 & 2 \\ 6 & 2 & -1 & -1 \\ 2 & -2 & 2 & -2 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix}; \quad \text{f) } A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & -4 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 3 & 0 & -3 \\ 0 & -7 & 3 & 1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 4 \\ -3 \\ 1 \\ -3 \end{bmatrix}.$$

**Zad. 3.** Metodą eliminacji Gaussa rozwiązać układy równań:

$$\text{a) } \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 = 6 \\ 5x_1 + 4x_2 = 3 \end{cases}; \quad \text{b) } \begin{cases} x + 2y - z - t = 1 \\ x + y + z + 3t = 2 \\ 3x + 5y - z + t = 3 \end{cases}; \quad \text{c) } \begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 = 5 \\ 2x_2 + 3x_3 = 6 \\ -x_1 + x_2 - 5x_3 = -3 \end{cases}; \quad \text{d) } \begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 2 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 - x_2 + x_3 = 1 \end{cases};$$

$$\text{e) } \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 10 \\ x_1 - x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 + 2x_2 - x_4 = 1 \\ 2x_2 + x_3 + x_4 = 13 \end{cases}; \quad \text{f) } \begin{cases} x_1 - x_2 - 2x_3 + 2x_4 = -2 \\ 5x_1 - 3x_2 - x_3 + x_4 = 3 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 1 \\ 3x_1 - 2x_2 + 2x_3 - 2x_4 = -4 \end{cases}; \quad \text{g) } \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 1 \\ 3x_1 - x_2 + x_4 = 2 \\ 6x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 = 9 \\ 3x_1 - x_2 - 2x_3 + x_4 = 0 \end{cases}.$$

**Zad. 4.** Rozwiązać podane układy równań w zależności od parametru  $m \in R$ :

$$\text{a) } \begin{cases} (2m + 13)x + (2m + 18)y = 4m + 1 \\ (m + 5)x + (m + 7)y = m + 1 \end{cases}; \quad \text{b) } \begin{cases} x - 2y + 2z = 1 \\ 2x + (m - 3)y + 4z = 2 \\ -x + 2y + (m^2 + m - 2)z = 1 \end{cases}; \quad \text{c) } \begin{cases} (m + 4)x + 2y = 5m + 8 \\ (m + 1)x + y = 3m + 3 \\ 3x + y = 9 \end{cases}.$$