

Analiza matematyczna (Inżynieria Danych) Lista nr 5.

Funkcje jednej zmiennej rzeczywistej - podstawowe pojęcia.

1. Wyznaczyć dziedzinę oraz zbiór wartości dla podanych funkcji:

- a. $f(x) = 2 \arcsin \frac{1-|x|}{2}$; b. $f(x) = \sin^2 x$; c. $f(x) = \sin x^2$;
d. $f(x) = \arctg \frac{1}{x-1}$; e. $f(x) = x^3 + 1$; f. $f(x) = \operatorname{tg}(x + \pi)$.

2. Dane są funkcje f i g . Napisać wzór złożenia $f \circ g$ oraz $g \circ f$.

Podać dziedziny funkcji f , g , $f \circ g$ i $g \circ f$.

- a. $f(x) = \sin x$, $g(x) = \frac{1}{1+x}$; b. $f(x) = x^2 + 1$, $g(x) = x + 1$;
c. $f(x) = \sin 2x$, $g(x) = 1 + x$; d. $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$, $g(x) = x^2 + 2$;
e. $f(x) = \sqrt{x}$, $g(x) = \cos x$.

3. Dla funkcji $f_1(x) = 3x - 5$, $f_2(x) = 2x^2 + 1$ i $f_3(x) = \frac{4}{x}$ znaleźć $f_1 \circ f_2 \circ f_3$.

4. Dane są funkcje $f_1(x) = 4x + 2$, $f_2(x) = \frac{1}{x}$. Wykazać, że $f_1 \circ f_2 \neq f_2 \circ f_1$.

5. Daną funkcję f zapisać jako złożenie dwóch funkcji h i g . Podać wzory funkcji h i g .

- a. $f(x) = \sin x^2$, b. $f(x) = \frac{\sin x + 1}{\sin^2 x}$, c. $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^4 + 2}$, d. $f(x) = \operatorname{tg} \frac{x+1}{x-1}$,
e. $f(x) = \operatorname{tg}(\cos x^2)$, f. $f(x) = \log^2(x + 1)$, g. $f(x) = \log(\sin x^2)$,
h. $f(x) = \arcsin(x + 1)$.

6. Uzasadnić, że podane funkcje są różnowartościowe na wskazanych zbiorach:

- a. $f(x) = \frac{1}{x}$, $R \setminus \{0\}$; b. $g(x) = x^4$, $[0, \infty)$; c. $h(x) = 4x - x^2$, $[2, \infty)$.

7. Znaleźć funkcje odwrotne do zadanych funkcji i określić zbiór, na którym są określone:

- a. $f(x) = ax + b$, $x \in R$; b. $g(x) = \sqrt{x-3}$, $x \geq 3$; c. $h(x) = \frac{1}{x}$, $x \neq 0$;
d. $w(x) = x^2 - 1$, $x > 1$.

8. Narysować wykresy funkcji:

- a. $f(x) = |\sin x|$, b. $f(x) = -\sin x$, c. $f(x) = e^{-x}$,
d. $f(x) = \arctg(x + 1)$, e. $f(x) = 2 + \arctg(x + 1)$, f. $f(x) = 2 \arctg(x + 1)$.