

Analiza matematyczna (Inżynieria Danych)

Zastosowania rachunku różniczkowego i całkowego funkcji wielu zmiennych - praca w grupach.

Funkcje wielu zmiennych.

1. Kąt φ widzenia drzewa zmierzony z dokładnością $\Delta_\varphi = 0.01[rad]$ jest równy $\pi/4$, a odległość d miejsca pomiaru od pnia drzewa zmierzona z dokładnością $\Delta_d = 0.1[m]$ jest równa $30[m]$. Z jaką w przybliżeniu dokładnością można obliczyć wysokość tego drzewa?
2. Robot do zgrzewania karoserii samochodowych składa się z dwóch przegubowych ramion o długości $a = 1[m]$, $b = 2[m]$. Położenie zgrzewarki jest określone przez kąty $\alpha = \pi/4$ i $\beta = \pi/3$. Obliczyć w przybliżeniu dokładność jej położenia, jeżeli kąty odchylenia ramion ustawione są z dokładnością $\Delta_\alpha = \Delta_\beta = 0.003[rad]$.
3. Boki trójkątnego kawałka ziemi zmierzone z dokładnością $1[m]$ wynoszą $a = 250[m]$, $b = 400[m]$. Kąt między tymi bokami zmierzony z dokładnością $0.01[rad]$ wynosi $\alpha = \pi/3$. Z jaką w przybliżeniu dokładnością można obliczyć pole P tego kawałka ziemi?
4. Pudełko zapalek składa się z ramki i szufladki. Jakie powinny być wymiary pudełka o objętości $V = 24[cm^3]$, aby do jego sporządzenia zużyć najmniej kartonu? Nie uwzględniać grubości kartonu ani zakładek do sklejanania.
5. Jakie powinny być wymiary (długość a , szerokość b i wysokość h) prostopadłościennej otwartej wanny o pojemności V , aby ilość blachy zużytej do jej zrobienia była najmniejsza?
6. Prostopadłościenny magazyn ma objętość $V = 216[m^3]$. Do budowy ścian magazynu używane są płyty w cenie 30 zł za m^2 , do budowy podłogi w cenie 40 zł za m^2 , a sufitu w cenie 20 zł za m^2 . Znaleźć wymiary (długość a , szerokość b i wysokość h) magazynu, którego koszt budowy będzie najmniejszy.
7. Przekrój poprzeczny kanału ma mieć kształt trapezu równoramiennego o polu $S = 100[m^2]$. Brzegi i dno kanału wyklada się płytami. Znaleźć wymiary kanału, którego koszt budowy będzie najmniejszy.

Całki podwójne i potrójne.

8. Znaleźć położenie środka masy obszaru jednorodnego

$$D = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \geq \frac{x^2}{4}, x \geq \frac{y^2}{4} \right\}.$$

9. Obliczyć moment bezwładności ćwiartki jednorodnego koła o promieniu R względem osi symetrii. Przyjąć gęstość powierzchniową masy $\sigma(x, y) = 1$.

10. Obliczyć parcie wywierane przez wodę na jedną stronę płyty w kształcie koła o promieniu $R = 10[m]$. Koło jest zanurzone pionowo w wodzie, a jego środek znajduje się na głębokości $H = 25[m]$.

11. Obliczyć moment bezwładności jednorodnej kuli o promieniu R i masie M względem jej średnicy.

12. Obliczyć siłę, z jaką jednorodna półkula wydrążona o promieniu wewnętrznym r i zewnętrznym R oraz masie M przyciąga masę punktową m umieszczoną w środku tej półkuli.

13. Obliczyć natężenie pola elektrycznego, jakie wytwarza jednorodnie naładowany wydrążony walec o promieniu wewnętrznym podstawy r , promieniu zewnętrznym R , wysokości H i ładunku całkowitym Q , w środku podstawy walca.