Analiza matematyczna (Informatyka) Lista nr 5.

Pochodne - wiadomości wstępne, obliczanie pochodnych funkcji jednej zmiennej.

1. Na podstawie definicji znaleźć pochodne funkcji:

a. $f(x) = x^3$ w punkcie x_0; b. $f(x) = \frac{5}{x}$ w punkcie $x_0 \neq 0$;
c. $f(x) = \sqrt{x}$ w punkcie $x_0 > 0$; d. $f(x) = 5x$ w punkcie x_0.
Obliczyć wyznaczone pochodne w punktach $x_0 = 1$ i $x_0 = 4$.

2. Obliczyć pochodne podanych funkcji f korzystając z reguł różniczkowania:

a. $f(x) = 2x^5 - 3x^3 + 4x - 6$, b. $f(x) = \frac{7}{3}x^3 - \frac{5}{2}x^2 + 6x + 7$,
c. $f(x) = ax^2 + bx + c$, a, b, c - stałe, d. $f(x) = x^n + nx^3 + 3n$, $n \in N$ - stała
e. $f(x) = \frac{\sqrt[7]{x^5} - x}{x^3}$, f. $f(x) = \frac{x^2+4x+4}{x^{\frac{3}{2}}}$,
g. $f(x) = x \ln x - x$, h. $f(x) = e^x (x^2 - 2x + 2)$,
i. $f(x) = e^x (\sin x - \cos x + 2)$, j. $f(x) = x^3 \operatorname{ctg} x$,
k. $f(x) = 3^x \arcsin x$, l. $f(x) = (1 + x^2) \operatorname{arc\,tg} x$,
ł. $f(x) = \frac{\operatorname{tg} x}{\sqrt{x}}$, m. $f(x) = \frac{\operatorname{arc\,tg} x}{1+x^2}$,
n. $f(x) = \frac{\arccos x}{1-x^2}$, o. $f(x) = \frac{2-x^2}{2x^3+x+3}$.

3. Obliczyć pochodne podanych funkcji f korzystając z reguł różniczkowania:

a. $f(x) = \sqrt{x^2 + x + 1}$, b. $f(x) = \sqrt{\sin x}$, c. $f(x) = \sqrt{x + 1}$,
d. $f(x) = \sqrt{\frac{2-x^2}{2x^3+x+3}}$, e. $f(x) = \sqrt{e^x (\sin x - \cos x + 2)}$.

4. Obliczyć pochodne podanych funkcji f korzystając z reguł różniczkowania:

a. $f(x) = \ln (x^2 + x + 1)$, b. $f(x) = \ln (\sin x)$, c. $f(x) = \ln (x + 1)$,
d. $f(x) = \ln \frac{2-x^2}{2x^3+x+3}$, e. $f(x) = \ln [e^x (\sin x - \cos x + 2)]$.

5. Obliczyć pochodne podanych funkcji f korzystając z reguł różniczkowania:

a. $f(x) = e^{\arcsin x}$, b. $f(x) = (x^2 + 1)^{10}$, c. $f(x) = \sin(3x)$,
d. $f(x) = e^{-x}$, e. $f(x) = \sin (x^2 + 5x + 1)$, f. $f(x) = \cos^4 x$,
g. $f(x) = \operatorname{tg} x^2 + 1$, h. $f(x) = \arcsin \frac{1}{x}$, i. $f(x) = \operatorname{arc\,tg} \sqrt{x}$,
j. $f(x) = (\arcsin x)^2$, k. $f(x) = \cos(\ln x)$, l. $f(x) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$,
ł. $f(x) = \frac{1}{4} \operatorname{tg}^4 x - \frac{1}{2} \operatorname{tg}^2 x - \ln(\cos x)$, m. $f(x) = e^{3x} \sin(3x)$, n. $f(x) = \arcsin \sqrt{1 - x}$.

Wybór przykładów na podstawie: „Ćwiczenia z analizy matematycznej z zastosowaniami”, tom I, praca zbiorowa pod redakcją Lucjana Siewierskiego, PWN, Warszawa 1982.