**Twierdzenie Eulera o wielościanach**

Jeśli dla dowolnego wielościanu zwykłego przyjmiemy oznaczenia:

S - liczba ścian,

W - liczba wierzchołków,

K - liczba Krawędzi,

to zachodzi   $W + S = K + 2$.

Takie równanie tożsamościowe nazywamy wzorem Eulera dla wielościanów.

**Dowód**

Aby udowodnić prawdziwość powyższego wzoru można posłużyć się zasadą indukcji matematycznej. Aby tego dokonać należy odrzucić jedną ze ścian wielościanu,

a pozostałą jego część rozłożyć na płaszczyźnie (ściany wielościanu są wielokątami o rozłącznych wnętrzach i wspólnych bokach, które to wielościany dzielą płaszczyznę na skończoną ilość obszarów). Dla jednej dowolnej ściany zachodzi (zgodnie z przyjętymi wcześniej oznaczeniami) zależność:

$S = 1$ i $K = W$.

Dla każdej kolejnej ściany ilość ścian zwiększa się o 1, a stosunek ilości krawędzi do ilości wierzchołków można opisać jako $W + 1 = K$. Z tego wynika, że prawdziwa jest równość:

$S + W = K + 1$,

zatem po uwzględnieniu odjętej wcześniej ściany otrzymujemy:

$S + W = K + 2$,

czyli wzór Eulera.

**Twierdzenie Eulera o wielościanach**

Prawdziwe jest następujące twierdzenie o wielościanach (zwykłych, wypukłych):

Jeśli $S$ oznacza liczbę ścian, $W$ liczbę wierzchołków, a $K$ liczbę krawędzi, to zachodzi $W+S=K+2$.

Tożsamość tą nazywamy wzorem **Eulera dla wielościanów.**

**Dowód** wymaga odrobinę gimnastyki umysłu - wyobraźmy sobie wielościan, którego jedną ze ścian odrzucamy, by następnie rozciągnąć go i rozłożyć na płaszczyźnie. Teraz traktować go możemy jako grupę wielokątów o wspólnych bokach.

**Skorzystamy z indukcji.**

Jeśli taki wielokąt ograniczymy do jednej ściany, będziemy mieć $S=1$, zaś $W=K$, możemy więc zapisać $W+S=K+1$.

Dołączenie kolejnej ściany zwiększy liczbę ścian o $1$, a liczbę wierzchołków o jeden mniej niż liczbę krawędzi, zatem obie strony równości wzrosną o tyle samo. Kontynuując to rozumowanie dochodzimy do wniosku, że równość będzie zawsze prawdziwa.

Na koniec dołączmy odrzuconą początkowo ścianą, tworząc znów wielościan - jej dołączenie spowoduje domknięcie wielokąta, a wzór będzie miał postać $W+S=K+2$, co było do udowodnienia.