

# ARKUSZ KALKULACYJNY

## ĆWICZENIE 1 – PODSTAWY PRACY Z ARKUSZEM

Otworzyć nowy arkusz kalkulacyjny. Główne okno arkusza składa się z tych samych elementów, co okno edytora tekstów. Dodatkowo widoczny jest pasek formuły. Wszystkie dostępne w arkuszu funkcje matematyczne można znaleźć w menu *Wstaw – Funkcja*. Można wyświetlić listę wszystkich dostępnych funkcji lub tylko funkcje należące do wybranej kategorii. Szczególną uwagę zwrócić na kategorie *Matematyka*, *Macierz*, *Statystyka*, *Logiczne*. Zapoznać się z dostępnymi funkcjami.

W MS Excel 2007 wszystkie funkcje dostępne są na wstążce *Formuły – Wstaw funkcję*.

Obszar roboczy arkusza składa się z siatki wierszy i kolumn. Prostokąty, powstałe na skutek przecięcia się wierszy i kolumn, nazywa się komórkami. Każda komórka posiada adres, który jednoznacznie określa jej położenie w arkuszu, np. B3. Generalnie operacje matematyczne w arkuszu wykonuje się na adresach komórek, np. aby w komórce A3 otrzymać wynik dodawania wartości z komórek A1 i A2, należy w niej wpisać formułę  $=A1+A2$ . W niektórych przypadkach możliwe jest nadanie nazw konkretnym komórkom i używanie ich zamiast adresów.

Oprócz nazw funkcji wbudowanych, np. SUMA, COS, JEŻELI, w arkuszu można używać standardowych znaków działań matematycznych: + (dodawanie), - (odejmowanie), \* (mnożenie), / (dzielenie), ^ (potęgowanie).

W arkuszu dostępne są funkcje edycji i formatowania, równie bogate jak w dokumencie tekstowym. W celu sformatowania komórek należy zaznaczyć żądany obszar i z menu *Format* wybrać *Komórki* (lub z menu kontekstowego *Formatuj komórki*). Jeśli zaś formatowana ma być tylko część zawartości komórki, należy komórkę kliknąć dwukrotnie, zaznaczyć odpowiedni fragment zawartości i wybrać z menu *Format* polecenie *Znak* (lub odpowiednią opcję z menu kontekstowego). Czasami wygodnie jest wprowadzoną do komórki liczbę traktować jako tekst, np. w przypadku kodów pocztowych lub telefonów. Wówczas wprowadzaną liczbę należy poprzedzić apostrofem, który nie będzie wyświetlany w arkuszu.

W MS Excel 2007 komórki można formatować przy pomocy wstążki *Narzędzia główne* oraz z menu kontekstowego *Formatuj komórki*.

Jeśli wprowadzany do komórki tekst nie mieści się w niej, może się automatycznie zawinąć do następnej linii. W tym celu z menu *Format – Komórki* należy wybrać kartę *Wyrównanie* i włączyć opcję *Podział wiersza*. Przy okazji można też włączyć dzielenie wyrazów. Drugim sposobem jest zmniejszenie wielkości czcionki tak, aby całość zmieściła się na standardowej szerokości komórki. Wielkość liter w komórkach arkusza OpenOffice można zmieniać przy pomocy polecenia *Zmień wielkość liter* w menu *Format*.

Kolejne opcje związane z wyglądem komórek w arkuszu OpenOffice można znaleźć w menu *Narzędzia – Opcje – Arkusz kalkulacyjny – Widok*. Można tam ustawić wyświetlanie siatki, formuł w komórkach zamiast wartości czy wyróżnianie zawartości kolorem. W tym ostatnim przypadku liczby i daty wyświetlane są w kolorze niebieskim, wyniki formuł w zielonym a teksty w czarnym. Opcję tę można uruchomić wykorzystując także polecenie *Wyróżnianie wartości* z menu *Widok*.

Do formatowania komórek można zdefiniować style. W tym celu należy uruchomić narzędzie *Style i formatowanie* z menu *Format*. Dla komórki przygotowano pięć stylów, które można modyfikować lub utworzyć nowe (menu kontekstowe). Dwukrotne kliknięcie nazwy stylu powoduje nadanie jego ustawień aktywnej komórce.

W MS Excel 2007 powyższe opcje dostępne są na wstążce *Narzędzia główne – Style*.

Aktywna komórka nie jest uważana za zaznaczoną (w przeciwieństwie do Excela). Wobec tego, gdy chcemy zaznaczyć kilka niesąsiadujących komórek, pierwszą (już podświetloną) trzeba także kliknąć z wciśniętym klawiszem [Ctrl].

Pakiet OpenOffice wyposażony jest w funkcję autouzupełniania. Gdy chcemy ją wyłączyć należy rozwinąć menu *Narzędzia – Zawartość komórki* i wyłączyć opcję *Autouzupełnianie*.

W przypadku wielkich arkuszy na ogół nie ma konieczności wyświetlania przez cały czas wszystkich danych. Wybrane wiersze i kolumny można ukrywać. Z menu *Format* należy wybrać *Wiersz – Ukryj* lub *Kolumna – Ukryj* (lub polecenia menu kontekstowego wywołanego na nagłówku wiersza lub kolumny). Ukryte elementy można ponownie wyświetlić poleceniem *Pokaż* (wcześniej należy zaznaczyć nagłówki lub komórki elementów sąsiadujących z obu stron z elementem ukrytym). Podobnie jest w MS Excel 2007.

W celu dopasowania szerokości kolumny do zawartości należy szybko kliknąć dwukrotnie na granicy kolumn w ich nagłówku. Jeśli wcześniej zaznaczymy cały arkusz (CTRL i A albo przycisk w lewym górnym rogu na styku nagłówków wierszy i kolumn) to dwukrotne kliknięcie na granicy między dwoma nagłówkami dowolnych kolumn spowoduje dopasowanie szerokości kolumn całego arkusza.

## **ĆWICZENIE 2 – FUNKCJA KWADRATOWA**

Celem będzie przygotowanie arkusza obliczającego miejsca zerowe funkcji kwadratowej i ilustrującego wyniki odpowiednim wykresem. W tym celu do odpowiednich komórek należy wpisać podane niżej treści. Wprowadzając do formuł adresy komórek nie trzeba wpisywać ich z klawiatury. Kliknięcie na komórce powoduje wprowadzenie jej adresu do formuły. Po wprowadzeniu całej formuły z komórki wychodzimy przy pomocy klawisza *Enter* lub przycisku akceptacji przy pasku formuły.

Z edycji formuły **nie wolno wychodzić klikając na inną pustą komórkę!**

A1: Podaj a=

A2: Podaj b=

A3: Podaj c=

A4: Delta=

A5: x1=

A6: x2=

A7: xw=

A8: yw=

B1, B2, B3: wpisujemy trzy dowolne liczby

B4: =B2^2-4\*B1\*B3 (wzór na deltę  $b^2-4\cdot a\cdot c$ )

B5: =(-B2-B4^0,5)/(2\*B1) (pierwszy pierwiastek  $\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2\cdot a}$ )

B6: =(-B2+B4^0,5)/(2\*B1) (drugi pierwiastek  $\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2\cdot a}$ )

B7: =-B2/(2\*B1) (współrzędna pozioma wierzchołka  $\frac{-b}{2\cdot a}$ )

B8: =-B4/(4\*B1) (współrzędna pionowa wierzchołka  $\frac{-\Delta}{4\cdot a}$ )

Po wykonaniu powyższych działań na ekranie zobaczymy:

```
Podaj a= 1
Podaj b= 2
Podaj c= 3
Delta= -8
X1= brak rozwiązań
X2= brak rozwiązań
Xw= -1
Yw= 2
```

Sprawdźmy działanie programu dla wartości  $a=1$ ,  $b=2$ ,  $c=3$ . W komórkach B5 i B6 pojawił się komunikat o błędzie. Otóż przy takich wartościach parametrów  $a$ ,  $b$ ,  $c$  delta staje się ujemna i program nie potrafi policzyć z niej pierwiastka kwadratowego. Przypadłość ta dotyczy każdego arkusza kalkulacyjnego.

Program należy poprawić, aby był odporny na takie przypadki. Do tego celu użyjemy funkcji JEŻELI. Jej składnia jest następująca:

JEŻELI(warunek; wyrażenie1; wyrażenie2)

Jeżeli warunek jest spełniony, to wykonywane jest wyrażenie1, w przeciwnym wypadku wykonywane jest wyrażenie2.

Klikamy na komórkę B5 i kopiujemy do schowka zawartość paska formuły ale bez znaku = a następnie wchodzimy do menu *Wstaw – Funkcja*. Wybieramy kategorię *Logiczne*, dwukrotnie kli-

kamy na funkcji *JEŻELI*, w okienku *Test logiczny* wprowadzamy wyrażenie  $B4 < 0$ , w *Wartość jeżeli prawda* „brak rozwiązań” (koniecznie w cudzysłowie), w *Wartość jeżeli fałsz* wklejamy skopiowaną formułę. Całość akceptujemy przyciskiem *OK*. Powyższe czynności powtarzamy dla komórki B6. W MS Excel 2007 wstążka *Formuły – Wstaw funkcję*.

Teraz można przejść do tworzenia wykresu zadanej funkcji kwadratowej. Cały problem sprowadza się do automatycznego zakresu doboru zmiennej  $x$  tak, aby pokazać najciekawsze fragmenty wykresu, tzn. wierzchołek i miejsca zerowe. Znowy wykorzystamy funkcję *JEŻELI*. Cały zakres na osi  $x$  podzielimy na 10 odcinków o długościach obliczanych indywidualnie dla każdej paraboli. Przy wprowadzaniu kolejnych formuł należy posłużyć się poniższą tabelką:

adres komórki	wpis	adres komórki	wpis
D1	Minimalne $x$ =	E1	=JEŻELI(B4<0;B7-5;B5-5)
D2	Maksymalne $x$ =	E2	=JEŻELI(B4<0;B7+5;B6+5)
D4	$x$	E4	$y$
D5	=E1	E5	=\$B\$1*D5^2+\$B\$2*D5+\$B\$3
D6	=D5+(\$E\$2-\$E\$1)/10	Przeciągamy za uchwyt aż do komórki E15	
Przeciągamy za uchwyt aż do komórki D15			
D15	=D14+(\$E\$2-\$E\$1)/10	E15	=\$B\$1*D15^2+\$B\$2*D15+\$B\$3

W powyższej tabelce pojawiły się 2 nowe pojęcia: przeciąganie za uchwyt i symbol \$. Otóż w prawym dolnym rogu każdej aktywnej (klikniętej) komórki widoczny jest uchwyt w postaci kwadratu. Ustawienie kursora na tym kwadracie i przeciągnięcie przy wciśniętym lewym przycisku myszy oznacza skopiowanie zawartości do kolejnych komórek. Natomiast zaznaczenie 2 sąsiednich komórek zawierających różne wartości i przeciągnięcie przy pomocy uchwyty oznacza wypełnienie kolejnych komórek wartościami obliczonymi jako kolejne elementy ciągu arytmetycznego o skoku równym różnicy wartości liczb w komórkach wyjściowych. Wykorzystamy tę własność do stworzenia kolumny z liczbami porządkowymi. W tym celu do komórki C4 wprowadzamy tekst *Lp.*, do C5 1, C6 2, zaznaczamy C5 i C6, chwytamy kursorem za uchwyt i przeciągamy aż do C15. Z kolei symbol \$ oznacza adresowanie bezwzględne, tzn. adres komórki nie ulega zmianie po skopiowaniu w inne miejsce arkusza. Dla przykładu można w komórce G1 wpisać =D5, następnie skopiować zawartość komórki G1 do G11. W komórce G11 pojawi się wpis =D15, czyli arkusz uwzględnił zmianę położenia (adresowanie względne). Teraz należy w komórce G1 wprowadzić wpis =\$D\$5 i jeszcze raz skopiować do komórki G11. Pojawi się w niej wpis =\$D\$5. W tym wypadku adres został zachowany (adresowanie bezwzględne). Można również stosować adresowanie mieszane, np. \$D5 (blokujemy kolumnę) lub D\$5 (blokujemy wiersz). Symbolu \$ nie trzeba wpisywać ręcznie. Wystarczy ustawić kursor myszy przy adresie do zmiany i wcisnąć klawisz funkcyjny F4 w Excelu lub kombinację klawiszy Shift F4 w OpenOffice.

Ostatnia czynność w tym zadaniu to sporządzenie wykresu na podstawie obliczonych warto-

ści. W tym celu zaznaczamy zakres komórek D4:E15 (łącznie z nagłówkami czyli X i Y) i z menu *Wstaw* wybieramy pozycję *Wykres*. OpenOffice i kolejne wersje Excela różnią nieco zawartością menu. Niezależnie od programu należy wybrać opcje *Pierwszy wiersz jako etykieta*, *Wyniki wykresu w arkuszu 1*, *Wykres punktowy XY*, *Serie danych w kolumnach*. Tytuł wykresu: Funkcja kwadratowa, tytuł osi x: x, tytuł osi y: y. Kliknięcie na *Utwórz* lub *Zakończ* powoduje wstawienie wykresu do arkusza. W MS Excel 2007 wstążka *Wstawianie – Wykresy – Punktowy*. **Należy rozróżnić wykres punktowy od liniowego!** Nazwa naprawdę nic nie mówi o wyglądzie gdyż wykres typu punktowego może być liniowy zaś wykres typu liniowego może być punktowy. Różnica tkwi w traktowaniu osi x – wykres typu punktowego pobiera z arkusza dane dotyczące obu osi x i y. Natomiast wykres typu liniowego pobiera tylko dane dotyczące osi y zaś na osi x narzuca własną równomierną skalę. W naukach ścisłych zastosowanie znajdują praktycznie tylko wykresy typu punktowego.

Każdy element wykresu można sformatować klikając na nim prawym klawiszem myszy i wybierając odpowiednie opcje z menu kontekstowego. W przypadku OpenOffice jednokrotne kliknięcie wykresu umożliwia jego przesuwanie i zmianę rozmiarów, zaś dwukrotne edycję poszczególnych elementów. Po dwukrotnym kliknięciu wykresu, pojedynczym kliknięciem prawym przyciskiem myszy na wybranym elemencie można wywołać menu kontekstowe umożliwiające edycję tego elementu, (albo opcja *Edytuj* w menu kontekstowym wywołanym na niezaznaczonym wykresie). Do edycji wykresu mogą również posłużyć narzędzia dostępne na pasku *Wykres* (pionowy pasek po lewej stronie ekranu dostępny po dwukrotnym kliknięciu wykresu).

Sprawdzić, jak zmienia się wykres dla różnych wartości  $a$ ,  $b$ ,  $c$ .

Przećwiczyć formatowanie obu tabel w arkuszu z wykorzystaniem menu *Format – Komórki*. Zapoznać się z opcjami na poszczególnych zakładkach.

Zmienić nazwę arkusza na Funkcja kwadratowa (należy kliknąć szybko 2 razy na zakładce Arkusz1 albo kliknąć prawym klawiszem myszy i wybrać polecenie *Zmień nazwę*).

W celu wyświetlenia na ekranie wszystkich formuł w komórkach a nie wyników (przydatne przy kopiowaniu formuł do innego arkusza) należy wcisnąć jednocześnie klawisze CTRL i ` (akcent słaby). Powtórne wciśnięcie przywraca wyniki. W OpenOffice można też skorzystać z menu *Narzędzia – Opcje – OpenOffice Calc – Widok – Wyświetl formuły*.

### **ĆWICZENIE 3 – NADAWANIE NAZW KOMÓRKOM**

W arkuszu kalkulacyjnym nie zawsze trzeba używać niezbyt czytelnych adresów komórek. Komórkom można nadawać indywidualne nazwy.

Sposoby tworzenia nazw:

- Pole nazwy na pasku formuły. To najlepszy sposób utworzenia nazwy dla zaznaczonego

zakresu na poziomie skoroszytu. W tym celu: zaznacz komórkę, zakres komórek albo zaznaczenia nieprzylegające, którym chcesz nadać nazwę, kliknij pole *Nazwa* na lewym końcu paska formuły, wpisz nazwę, której chcesz używać w celu odwoływania się do tego zaznaczenia i naciśnij klawisz ENTER.

- Tworzenie nazwy z zaznaczenia. Można w wygodny sposób tworzyć nazwy z istniejących etykiet wierszy i kolumn, zaznaczając komórki w arkuszu. W tym celu: zaznacz zakres, któremu chcesz nadać nazwę, z etykietami wierszy lub kolumn włącznie, na karcie *Formuły* w grupie *Nazwy zdefiniowane* kliknij przycisk *Utwórz z zaznaczenia*, w oknie dialogowym *Tworzenie nazw z zaznaczenia* określ lokalizację zawierającą etykiety, zaznaczając pole wyboru *Górny wiersz*, *Lewa kolumna*, *Dolny wiersz* lub *Prawa kolumna*.
- Okno dialogowe *Nowa nazwa*. Ten sposób tworzenia nazw daje największą elastyczność, umożliwiając określanie zakresu na poziomie arkusza lokalnego lub tworzenie komentarza do nazwy. Jest też najbardziej pracochłonny, w typowych zastosowaniach wystarczają powyższe dwa sposoby.

Zdefiniowaną nazwą nie może być żadna z liter „K”, „k”, „W” ani „w”, ponieważ obie te litery są używane jako skróty do zaznaczania wiersza lub kolumny. Nazwy nie mogą być identyczne z odwołaniami do komórek, na przykład Z\$100 lub R1C1. Używanie spacji nie jest dozwolone. Do oddzielania wyrazów należy używać znaku podkreślenia ( \_ ) i kropki ( . ). Na przykład: *Podatek\_od\_sprzedazy* lub *Pierwszy.Kwartał*. Nazwy mogą zawierać wielkie i małe litery. W programie Excel znaki wielkich i małych liter w nazwach nie są rozróżniane. Jeśli na przykład zostanie utworzona nazwa *Sprzedaz*, a następnie zostanie utworzona inna nazwa *SPRZEDAŻ* w tym samym skoroszytcie, w programie Excel zostanie wyświetlony monit o wybraniu unikatowej nazwy. Niektóre nieprawidłowe nazwy arkusz sam poprawia dodając podkreślnik \_.

Przejdź do nowego arkusza i w komórkach od A1 do E1 wpisać kolejno małymi literami: a, b, c, x, wynik. Następnie wejdź do komórki A2, z menu **Wstaw** wybrać **Nazwy i Definiuj**. Dla komórki A2 wpisać nazwę a i zaakceptować. Następnie zaznaczyć zakres komórek B1:E2, z menu **Wstaw** wybrać **Nazwy i Utwórz**. Zaznaczyć opcję **Nagłówek** i zaakceptować. Komórki od B2 do E2 zostaną nazwane elementami występującymi w komórkach od B1 do E1. Łatwo to sprawdzić po kliknięciu na komórkę. Jeśli posiada ona indywidualną nazwę to nazwa ta zostanie wyświetlona zamiast adresu. W komórce E2 wpisać formułę:  $=a*x^2+b*x+c$ . Jak widać, na nazwach można działać tak samo jak na adresach bezwzględnych. Nazwy można wpisywać bezpośrednio z klawiatury lub wykorzystać menu **Wstaw**, polecenie **Nazwy i Wstaw**.

## ĆWICZENIE 4 – ARKUSZ JAKO BAZA DANYCH

W komórkach pierwszego wiersza wpisać kolejno nazwy kolumn danych: Id, Firma, Towar, Cena jednostkowa, Liczba, Cena całkowita, Data. Nadać właściwe formatowanie wszystkim komórkom w każdej z kolumn, np. kolumnie Data jeden z możliwych szablonów daty (menu *Formatuj komórkę*). W kolejnych wierszach wpisać dane tworząc w ten sposób rekordy danych (około 30), część informacji w rekordach powinna się powtarzać, np. niektóre firmy czy towary. W OpenOffice należy zdefiniować zakres danych. Zaznaczyć cały obszar bazy i z menu *Dane* wybrać *Definiuj zakres*. W pojawiającym się oknie dialogowym wpisać nazwę bazy danych „materialy” a w opcjach ukrytych pod przyciskiem *Więcej* zaznaczyć *Zawiera nagłówki kolumn* i zaakceptować. W ten sposób utworzona zostaje baza danych. W arkuszu Excel definiowania zakresu nie wykonujemy.

Nagłówek bazy danych powinien być stale widoczny, szczególnie w przypadku dużej liczby rekordów. W OpenOffice można go zablokować na dwa sposoby. Pierwszy to przesunięcie w dół poziomej linii podziału, znajdującej się bezpośrednio nad pionowym paskiem przewijania. Drugi to zaznaczenie komórki A1 i A2 a następnie wybranie opcji *Przytwierdź* z menu *Okno*. Granica podziału zostaje ustawiona na styku między zaznaczonymi komórkami. W arkuszu Excel należy zastosować ten pierwszy sposób.

Id	Firma	Towar	Cena jed.	Liczba	Cena całk.	Data
1	Cembe	Cegła	2,00 zł	1000	2 000,00 zł	12.03.2004
2	Cembe	Pustak	3,00 zł	5000	15 000,00 zł	10.02.1998
3	Budopex	Pustak	5,00 zł	3000	15 000,00 zł	11.02.2001
4	Kaidar	Dachówka	3,00 zł	2000	6 000,00 zł	03.02.1999
5	Kaidar	Cegła	2,00 zł	5500	11 000,00 zł	23.07.2002
6	Cembe	Dachówka	4,00 zł	4200	16 800,00 zł	04.04.2004
7	Castorama	Cegła	1,00 zł	2500	2 500,00 zł	11.10.2004
8	Castorama	Pustak	2,50 zł	1500	3 750,00 zł	01.01.2004
9	Cembe	Cegła	2,50 zł	2500	6 250,00 zł	03.04.1997
10	Cembe	Pustak	3,20 zł	3000	9 600,00 zł	04.05.1998
11	Budopex	Pustak	4,60 zł	650	2 990,00 zł	05.06.1999
12	Budopex	Cegła	3,50 zł	2500	8 750,00 zł	06.07.1999
13	Kaidar	Dachówka	3,30 zł	3400	11 220,00 zł	07.08.2000
14	Kaidar	Cegła	2,40 zł	4000	9 600,00 zł	08.09.2001
15	Cembe	Dachówka	3,80 zł	2800	10 640,00 zł	09.10.2002
16	Castorama	Cegła	1,50 zł	15000	22 500,00 zł	10.11.2003
17	Castorama	Pustak	2,30 zł	8000	18 400,00 zł	11.12.2004
18	Castorama	Dachówka	5,20 zł	600	3 120,00 zł	12.01.2004

Pierwsza z podstawowych operacji wykonywanych na danych w bazie to ich sortowanie wg różnych kryteriów. Na głównym pasku narzędzi znajdują się przyciski *Sortuj rosnąco* i *Sortuj malejąco*. Przy ich pomocy można sortować dane w wybranych kolumnach po ich zaznaczeniu. Niestety w tym sposobie nie zostaje zachowana struktura danych i nie należy tego sposobu stosować w bazie danych. Właściwą techniką sortowania jest wykorzystanie polecenia *Sortuj* z menu *Dane*. W MS Excel 2007 wstążka *Dane*. Należy kliknąć dowolną komórkę w obszarze bazy danych i wybrać powyższe polecenie. Na ekranie pojawia się okno dialogowe z dwiema kartami. Karta *Opcje* daje możliwość modyfikacji kilku ustawień, w zwykłej pracy raczej niewykorzystywanych. Na karcie

*Kryteria sortowania* należy wybrać kolejne kryteria ustalając dla każdego z nich kolumnę danych wejściowych oraz kierunek sortowania. Posortować dane rosnąco wg firmy, towaru i daty. W MS Excel 2007 wybieramy *Sortuj* a potem *Dodaj poziom*.

Drugą podstawową operacją to filtrowanie. Filtrowanie bazy danych to prosta forma wykonywania zapytań do bazy, w ich wyniku zaprezentowane zostają jedynie rekordy spełniające zadane kryteria. Najprostszym narzędziem filtrowania jest *Autofiltr*. Należy kliknąć komórkę w nagłówku bazy danych i z menu *Dane* wybrać kolejno *Filtr* i *Autofiltr*. Przy pomocy tego narzędzia wyświetlić tylko rekordy dotyczące cegieł.

Większe możliwości oferuje *Filtr standardowy*. Należy kliknąć komórkę w nagłówku bazy danych i z menu *Dane* wybrać kolejno *Filtr* i *Filtr standardowy*. W pojawiającym się oknie dialogowym należy zdefiniować kryteria filtru. Wyświetlić rekordy danych, w których Liczba jest większa lub równa 1000 i jednocześnie Data mniejsza niż 01.01.2000. Wyłączenie filtru następuje po użyciu przycisku *Cofnij* lub wybraniu opcji *Brak* lub *Usuń filtr*. W MS Excel 2007 wszystkie potrzebne opcje znajdziemy w Autofiltrze (*Filtruj*).

W ramach bazy danych można wykonywać proste podsumowania, obliczanie średniej dla różnych zakresów danych itp.. Z menu *Dane* należy wybrać *Sumy częściowe* lub *Sumy pośrednie* zależnie od programu. W MS Excel 2007 wstążka *Dane – Konspekt – Suma częściowa*. Na zakładce *Pierwszej grupy* grupować wg firmy, obliczyć sumy częściowe dla ceny całkowitej. Sprawdzić wynik tego działania. Następnie ponownie wejść do menu *Sumy częściowe* i na zakładce *Drugiej grupy* grupować wg towaru i obliczyć sumy częściowe dla liczby. Sprawdzić wynik tego działania. Wejść do menu *Sumy częściowe* i na zakładce *Pierwszej grupy* dodać obliczanie sumy dla liczby. Sprawdzić wynik tego działania. Znowy wejść do menu *Sumy częściowe* i na zakładce *Drugiej grupy* dodać obliczanie średniej dla ceny jednostkowej. Sprawdzić wynik tego działania. Aby wyłączyć wyświetlanie sum częściowych w menu *Sumy częściowe* należy kliknąć przycisk *Usuń*.

W arkuszu Excel użyto nieco innego nazewnictwa. W tym przypadku po wyświetleniu okna *Sumy częściowe* w polu *Dla każdej zmiany w* należy wybrać firmę, w polu *Użyj funkcji* wybrać sumę, w polu *Dodaj sumę częściową do* zaznaczyć cenę całkowitą i sprawdzić czy wszystkie inne pola są odznaczone. W opcjach na dole okna należy zaznaczyć *Podsumowanie poniżej danych* i odznaczyć *Usuń bieżące sumy pośrednie*. Pozostałe podsumowania wprowadzać w analogiczny sposób.

Arkusz OpenOffice umożliwia tworzenie tabel przestawnych. W tym celu z menu *Dane* należy wybrać opcję *Pilot danych* i *Rozpocznij*. W kolejnym oknie zaakceptować wybór bieżącego zaznaczenia. Następne okno służy do budowy nowej tabeli, w której można w bardziej przejrzysty sposób zaprezentować wybrane dane i zależności. W polu *Wiersz* umieścić firmę, w polu *Kolumna* umieścić towar, zaś w polu *Dane* umieścić sumę liczb towarów, do wyboru funkcji suma wykorzystać podwójne kliknięcie na elemencie w polu *Dane*. Całość zaakceptować OK. W arkuszu pojawia



się nowa tabela z osobnym przyciskiem do tworzenia filtrów standardowych. Nazwa tabela przestawna wywodzi się z faktu, iż pola oznaczone szarym kolorem można przestawić w inne miejsce zmieniając strukturę tabeli. Wykorzystując tę właściwość nazwy firm umieścić poziomo w nagłówkach kolumn a nazwy towarów pionowo w nagłówkach wierszy. W polach *Wiersz*, *Kolumna* i *Dane* można umieścić kilka różnych informacji. Tworzenie tabeli przestawnej w Excelu wygląda bardzo podobnie, w menu *Dane* należy wybrać *Raport tabeli przestawnej i wykresu przestawnego*. Zaś w MS Excel 2007 wstążka *Wstawianie – Tabele – Tabela przestawna*.

## ĆWICZENIE 5 - TRYGNOMETRIA

Przygotować tabelę zawierającą wartości wszystkich funkcji trygonometrycznych (SIN, COS, TAN, COT, ASIN, ACOS, ATAN, ACOT) w zakresie 0 – 360° ze skokiem co 5°. Do wypełnienia tabeli wykorzystać dotychczas poznane zasady, np. automatyczne generowanie ciągu arytmetycznego na podstawie wartości w dwóch komórkach. Zwrócić uwagę na fakt, iż arkusz wykonuje obliczenia na kątach w radianach a nie stopniach. Do zamiany stopni na radiany wykorzystać funkcję RADIANY. Z kolei do zamiany radianów na stopnie służy funkcja STOPNIE. W Excelu, nawet w wersji 2007, brak jest funkcji COT i ACOT. Samodzielnie należy przygotować odpowiednie formuły. Do obliczenia cotangensa posłuży wzór: =1/tangens. Zaś do obliczenia arcusa cotangensa: =PI/2-arcus tangens(cotangens). Ten arcus tangens ma być liczony z wartości funkcji cotangens a nie tangens. Do wstawienia liczby PI posłuży bezargumentowa funkcja PI(). W kolumnie Funkcja wprowadzić poniższą formułę:

$$\text{funkcja} = e^{\cos(2 \cdot x + 1) - 2} + \log_{10}(100) - \text{LOS}()$$

$$= \text{EXP}(\text{COS}(2 * \text{C2} + 1) - 2) + \text{LOG10}(100) - \text{LOS}()$$

Lp.	Stopnie	Radiany	Sinus	Cosinus	Tangens	Cotangens	Arcus sinus	Arcus cosinus	Arcus tangens	Arcus cotangens	Funkcja
0	0,00	0,00	0,00	1,00	0,00	∞	0,00	0,00	0,00	90,00	2,15
5	5,00	0,09	0,09	1,00	0,09	11,43	5,00	5,00	5,00	5,00	1,40
10	10,00	0,17	0,17	0,98	0,18	5,67	10,00	10,00	10,00	10,00	1,43
15	15,00	0,26	0,26	0,97	0,27	3,73	15,00	15,00	15,00	15,00	1,34
20	20,00	0,35	0,34	0,94	0,36	2,75	20,00	20,00	20,00	20,00	2,11
25	25,00	0,44	0,42	0,91	0,47	2,14	25,00	25,00	25,00	25,00	1,33
30	30,00	0,52	0,50	0,87	0,58	1,73	30,00	30,00	30,00	30,00	2,02
35	35,00	0,61	0,57	0,82	0,70	1,43	35,00	35,00	35,00	35,00	1,43
40	40,00	0,70	0,64	0,77	0,84	1,19	40,00	40,00	40,00	40,00	1,64
45	45,00	0,79	0,71	0,71	1,00	1,00	45,00	45,00	45,00	45,00	1,73
50	50,00	0,87	0,77	0,64	1,19	0,84	50,00	50,00	50,00	50,00	2,01
55	55,00	0,96	0,82	0,57	1,43	0,70	55,00	55,00	55,00	55,00	1,33
60	60,00	1,05	0,87	0,50	1,73	0,58	60,00	60,00	60,00	60,00	1,65
65	65,00	1,13	0,91	0,42	2,14	0,47	65,00	65,00	65,00	65,00	2,00
70	70,00	1,22	0,94	0,34	2,75	0,36	70,00	70,00	70,00	70,00	1,13
75	75,00	1,31	0,97	0,26	3,73	0,27	75,00	75,00	75,00	75,00	1,33
80	80,00	1,40	0,98	0,17	5,67	0,18	80,00	80,00	80,00	80,00	1,11
85	85,00	1,48	1,00	0,09	11,43	0,09	85,00	85,00	85,00	85,00	1,84
90	90,00	1,57	1,00	0,00	∞	0,00	90,00	90,00	0,00	90,00	1,53
95	95,00	1,66	1,00	-0,09	-11,43	-0,09	85,00	95,00	-85,00	95,00	1,45
100	100,00	1,75	0,98	-0,17	-5,67	-0,18	80,00	100,00	-80,00	100,00	1,96
105	105,00	1,83	0,97	-0,26	-3,73	-0,27	75,00	105,00	-75,00	105,00	1,19
110	110,00	1,92	0,94	-0,34	-2,75	-0,36	70,00	110,00	-70,00	110,00	2,03
115	115,00	2,01	0,91	-0,42	-2,14	-0,47	65,00	115,00	-65,00	115,00	1,24
120	120,00	2,09	0,87	-0,50	-1,73	-0,58	60,00	120,00	-60,00	120,00	1,49

Zakładka *Struktura* okna *Autopilot: Funkcja* w arkuszu OpenOffice umożliwia kontrolę nad skomplikowanymi formułami. W Excelu podglądu struktury nie ma, dysponujemy jedynie kolorowaniem nawiasów i komórek, które występują w formule.

Funkcja tangens w 90 i 270 stopni ma wartość  $\infty$ , której nie potrafi obsługiwać żaden arkusz kalkulacyjny, podobnie cotangens w 180 i 360 stopni. Stąd w niektórych komórkach tabeli widoczna jest informacja o błędzie. Można ją usunąć poprzez obliczenie wartości funkcji nie dla 0 a dla bardzo małej liczby np.  $10^{-100}$  lub wstawienie symbolu nieskończoności (bądź słowa „nieskończoność” w odpowiednich komórkach np. przy użyciu funkcji logicznych JEŻELI i LUB:

Przykład formuły dla funkcji tangens:

=JEŻELI(LUB(B2=90;B2=270);"∞";TAN(C2))

Przykład formuły dla funkcji cotangens:

=JEŻELI(LUB(B2=0;B2=180;B2=360);"∞";COT(C2))

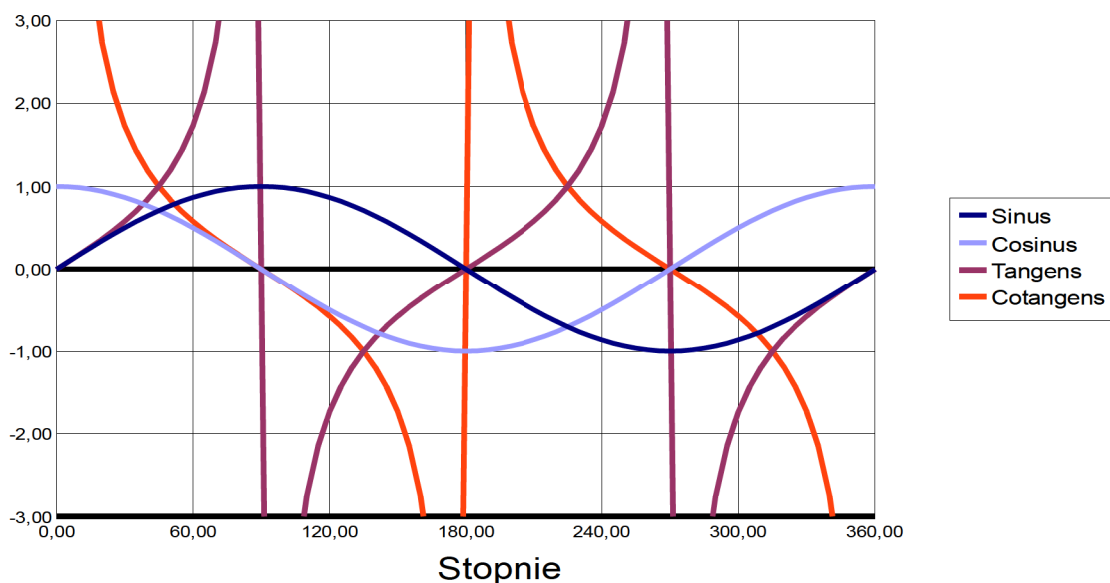
Oczywiście w Excelu zamiast funkcji COT należy użyć własnej formuły. Zastosowana funkcja logiczna LUB zwraca prawdę jeśli choć jedna wymieniona jako jej argument zależność jest prawdziwa.

W OpenOffice symbol nieskończoności znajdziemy w menu *Wstaw – Znak Specjalny – Symbole matematyczne*. Natomiast w MS Excel 2007 wstążka *Wstawianie – Symbol – Operatory matematyczne*.

Aby wstawić wykres należy zaznaczyć blok komórek zawierających dane. W przypadku, gdy komórki ze sobą nie sąsiadują, należy je zaznaczyć myszką przy wciśniętym klawiszu [Ctrl], co może być dość niewygodne. Inną metodą może być zaznaczenie większego niż potrzeba zakresu komórek, a następnie odznaczenie niepotrzebnych elementów przy użyciu myszki i klawisza [Ctrl]. W tym zadaniu należy zaznaczyć tylko kolumny: stopnie, sinus, cosinus, tangens, cotangens. Po zaznaczeniu zakresu komórek należy wybrać polecenie *Wstaw > Wykres* (w MS Excel 2007 wstążka *Wstawianie – Wykresy - Punktowy*). Należy wybrać typ i wariant wykresu (do wszystkich zadań ilustrujących zagadnienia matematyczne zawsze wybieramy typ punktowy xy) oraz wpisać tytuły. Sporządzić wykres funkcji sinus, cosinus, tangens i cotangens wg załączonego przykładu.

Przećwiczyć formatowanie wszystkich elementów wykresu i zmianę zakresu liczbowego na obu osiach.

## Trygonometria



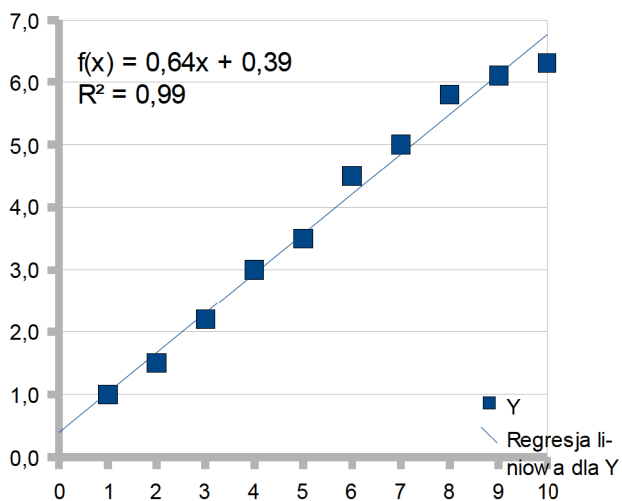
## ĆWICZENIE 6 – STATYSTYKA

Przygotować tabelę wg rysunku. Wykorzystać odpowiednie funkcje z kategorii *Statystyka*.

A			B			A			B			C		
1	Student	wzrost	1	Student	wzrost [cm]	18	Średni wzrost	153,87	170,53					
2	Student	wzrost	2	Student	wzrost [cm]	19	Najwyższy student	190	189					
3	Student 1	134	3	Student 1	134	145	20	Najniższy student	118	134				
4	Student 2	123	4	Student 2	123	134	21	Dominanta	134	189				
5	Student 3	118	5	Student 3	118	189	22	ile dominant	2	2				
6	Student 4	145	6	Student 4	145	178	23	Mediana	156	175				
7	Student 5	187	7	Student 5	187	167	24	Kwartył 0	118	166				
8	Student 6	165	8	Student 6	165	165	25	Kwartył 1	136	134				
9	Student 7	134	9	Student 7	134	156	26	Kwartył 2	156	175				
10	Student 8	169	10	Student 8	169	174	27	Kwartył 3	168,5	179,5				
11	Student 9	190	11	Student 9	190	176	28	Kwartył 4	190	189				
12	Student 10	145	12	Student 10	145	174	29	Percentyl 33%	142,34	168,24				
13	Student 11	138	13	Student 11	138	189	30	Odchylenie średnie	18,68	11,63				
14	Student 12	178	14	Student 12	178	179	31	Odchylenie standardowe	22,36	15,44				
15	Student 13	156	15	Student 13	156	175								
16	Student 14	168	16	Student 14	168	169								
17	Student 15	158	17	Student 15	158	180								
18	Średni wzrost	=ŚREDNIA(B3:B17)	18	Średni wzrost	153,87	170,53								
19	Najwyższy student	=MAX(B3:B17)	19	Najwyższy student	190	189								
20	Najniższy student	=MIN(B3:B17)	20	Najniższy student	118	134								
21	Dominanta	=WYST.NAJCZĘŚCIEJ(B3:B17)	21	Dominanta	134	189								
22	ile dominant	=LICZ.JEŻELI(B3:B17;B21)	22	ile dominant	2	2								
23	Mediana	=MEDIANA(B3:B17)	23	Mediana	156	175								
24	Kwartył 0	=KWARTYL(B3:B17;0)	24	Kwartył 0	118	166								
25	Kwartył 1	=KWARTYL(B3:B17;1)	25	Kwartył 1	136	134								
26	Kwartył 2	=KWARTYL(B3:B17;2)	26	Kwartył 2	156	175								
27	Kwartył 3	=KWARTYL(B3:B17;3)	27	Kwartył 3	168,5	179,5								
28	Kwartył 4	=KWARTYL(B3:B17;4)	28	Kwartył 4	190	189								
29	Percentyl 33%	=PERCENTYL(B3:B17;0,33)	29	Percentyl 33%	142,34	168,24								
30	Odchylenie średnie	=ODCH.ŚREDNIE(B3:B17)	30	Odchylenie średnie	18,68	11,63								
31	Odchylenie standardowe	=ODCH.STANDARDOWE(B3:B17)	31	Odchylenie standardowe	22,36	15,44								

Bardzo ważnym zagadnieniem jest poszukiwanie równania funkcji najlepiej dopasowanej do danych doświadczalnych (analiza regresji w OpenOffice, poszukiwanie linii trendu w Excelu). W celu przećwiczenia tego zagadnienia należy przygotować prostą tabelę. W pierwszej kolumnie znajdują się kolejne chwile czasu, w drugiej wykonane odczyty.

Na podstawie tabeli należy sporządzić wykres punktowy xy (bez łączenia punktów linią) i powielić go sześciokrotnie. Na jednym z punktów wykresu należy kliknąć prawym klawiszem myszy i z menu wybrać polecenie *Dodaj linię trendu* (Excel) lub *Wstaw krzywą regresji* (OpenOffice). Wybrać pierwszy z oferowanych modeli teoretycznych czyli liniowy a w opcjach zaznaczyć wyświetlanie równania i współczynnika  $R^2$  na wykresie. Im wartość tego współczynnika bliższa 1 tym lepsze dopasowanie modelu teoretycznego do danych doświadczalnych. Na kolejnych kopiach wykresu wypróbować kolejne modele teoretyczne. W przypadku modelu wielomianowego sprawdzić dwie wersje: z najwyższym wykładnikiem o wartości 6 i potem 3 i porównać dopasowanie. Niestety OpenOffice w wersji 3.0 nie oferuje jeszcze prostego



wprowadzania modelu wielomianowego jak ma to miejsce w Excelu.

Krzywej regresji wielomianowej w OpenOffice nie można dodać automatycznie. Należy obliczyć ją ręcznie. W tym celu utwórz tabelę z kolumnami  $x$ ,  $x^2$ ,  $x^3$ , ...,  $x^n$ ,  $y$  aż do żądanego stopnia  $n$  (np. do  $x^3$  w przykładzie). Użyj formuły  $=\text{REGLINP}(\text{Dane\_Y};\text{Dane\_X})$  z pełnym zakresem od  $x$  do  $x^n$  (bez nagłówek) jako  $\text{Dane\_X}$  i zaznacz opcję *Macierz*. Zauważ,

że funkcja ta znajduje się w kategorii *Macierz* a nie *Statystyka*, gdyż jej wynikiem działania jest macierz.

Opcjonalne pola *Typ liniowy* i *Parametry* pozostaw puste. Pierwszy wiersz wyjścia REGLINP zawiera współczynniki regresji wielomianowej, przy czym współczynnik  $x^n$  znajduje się na lewej skrajnej pozycji (patrz rysunek). Osobno można policzyć współczynnik  $R^2$ . W tym celu należy zbudować kolumnę „teoria” i wprowadzić formułę wielomianu (adresy wg komórek na rysunku):

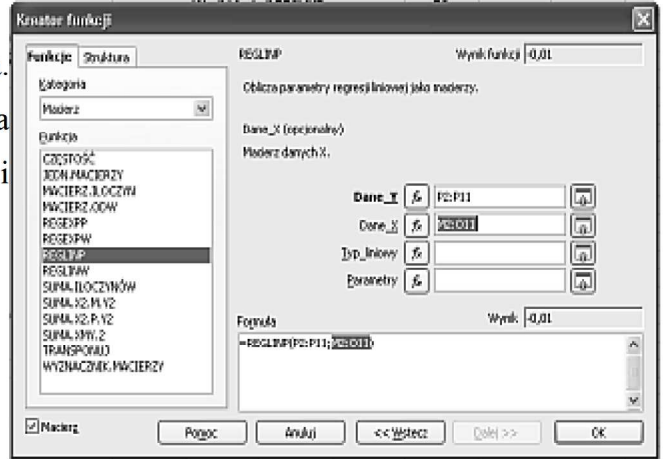
$$=\$M\$13*M2^3+\$N\$13*M2^2+\$O\$13*M2+\$P\$13$$

Po skopiowaniu formuły do kolejnych komórek otrzymamy wartości przewidywane przez model teoretyczny. Po podstawieniu odpowiednich kolumn do funkcji R.KWADRAT:

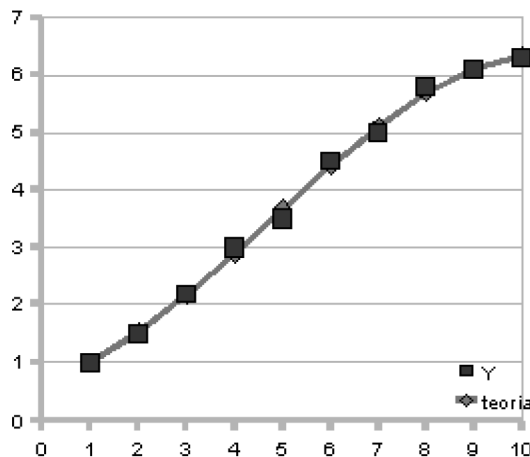
$$=R.KWADRAT(P2:P11;Q2:Q11)$$

otrzymamy wartość tego współczynnika. Wykorzystując kolumny „x”, „y”, „teoria” można sporządzić wykres danych doświadczalnych i modelu teoretycznego.

L	H	H	O	P	Q	R	S
	x	x2	x3	y	teoria		
	1	1	1	1,0	1,01		
	2	4	8	1,5	1,52		
	3	9	27	2,2	2,17		
	4	16	64	3,0	2,9		
	5	25	125	3,5	3,67		
	6	36	216	4,5	4,42		
	7	49	343	5,0	5,11		
	8	64	512	5,8	5,69		
	9	81	729	6,1	6,11		
	10	100	1000	6,3	6,32		



M	N	O	P	Q	R
x	x2	x3	y	teoria	
	1	1	1	1,0	1,01
	2	4	8	1,5	1,52
	3	9	27	2,2	2,17
	4	16	64	3,0	2,9
	5	25	125	3,5	3,67
	6	36	216	4,5	4,42
	7	49	343	5,0	5,11
	8	64	512	5,8	5,69
	9	81	729	6,1	6,11
	10	100	1000	6,3	6,32
<b>Wyniki funkcji REGLINP</b>				<b>R2</b>	
-0,0081	0,1150	0,2262	0,6733	0,998	
do x3	do x2	do x	wolny		



## ĆWICZENIE 7 – WYBRANE FUNKCJE LOGICZNE

Przygotować arkusz wg rysunku. Wpisać 6 studentów z 3 różnych grup, wprowadzić dane o stypendiach (zł), frekwencji (0-100%) i aktywności (wysoka, średnia, niska). W kolumnie „razem” dodać wszystkie stypendia. W kolumnie „wyróżnienie” wprowadzić formuły sprawdzające czy student zasługuje na wyróżnienie. Przysługuje ono, gdy jednocześnie spełnione są warunki: średnia ocen  $\geq 4,5$ , frekwencja  $\geq 90\%$ , aktywność wysoka lub średnia.

$$=JEŻELI (I(D3\geq 4,5;I3\geq 0,9;LUB(J3="wysoka";J3="średnia"));"tak";"nie")$$

Funkcja I to iloczyn logiczny, zwraca prawdę, gdy każdy z jej argumentów jest prawdziwy. W arkuszu Excel funkcja ta nosi nazwę ORAZ.

W celu obliczenia w komórce K9 ilu jest wyróżnionych należy wpisać formułę:

$$=LICZ.JEŻELI(K3:K8;"tak")$$

W celu obliczenia w komórce K10 ile w sumie wyróżnieni otrzymują stypendium należy wpisać formułę:

$$=SUMA.JEŻELI(K3:K8;"tak";H3:H8)$$

W celu obliczenia w komórce D9 średniej ocen grupy 11 należy wpisać formułę:

$$=SUMA.JEŻELI(C3:C8;11;D3:D8)/LICZ.JEŻELI(C3:C8;11)$$

W komórkach D10 i D11 wpisujemy podobne formuły – zmienia się tylko numer grupy.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1											
2	lp.	Student	Grupa	Średnia ocen	Stypendium [zł]			Razem	Frekwencja [%]	Aktywność	Wyróżnienie
3	1	Student 1	11	4,20	Socjalne	Naukowe	Sponsorowane	900,00 zł	90,00%	średnia	nie
4	2	Student 2	12	3,75	250,00 zł	0,00 zł	0,00 zł	250,00 zł	45,00%	wysoka	nie
5	3	Student 3	13	3,00	0,00 zł	0,00 zł	200,00 zł	200,00 zł	28,00%	niska	nie
6	4	Student 4	11	4,50	200,00 zł	300,00 zł	200,00 zł	700,00 zł	92,00%	średnia	tak
7	5	Student 5	12	5,00	300,00 zł	500,00 zł	0,00 zł	800,00 zł	100,00%	wysoka	tak
8	6	Student 6	13	4,00	0,00 zł	100,00 zł	400,00 zł	500,00 zł	85,00%	niska	nie
9		Średnia ocen gr. 11		4,35						Wyróżnionych jest:	2
10		Średnia ocen gr. 12		4,38						Wyróżnieni otrzymują:	1 500,00 zł
11		Średnia ocen gr. 13		3,50							
12											

## ĆWICZENIE 8 – ROZWIĄZYWANIE RÓWNAŃ – SZUKAJ WYNIKU

Do rozwiązywania dowolnych równań z jedną niewiadomą można wykorzystać funkcję *Szukaj wyniku* z menu *Narzędzia*. W celu rozwiązania równania

$\frac{0,242}{\sqrt{x}} - \log(12000 \cdot x) = 0$  należy do komórki A2 wpisać formułę:

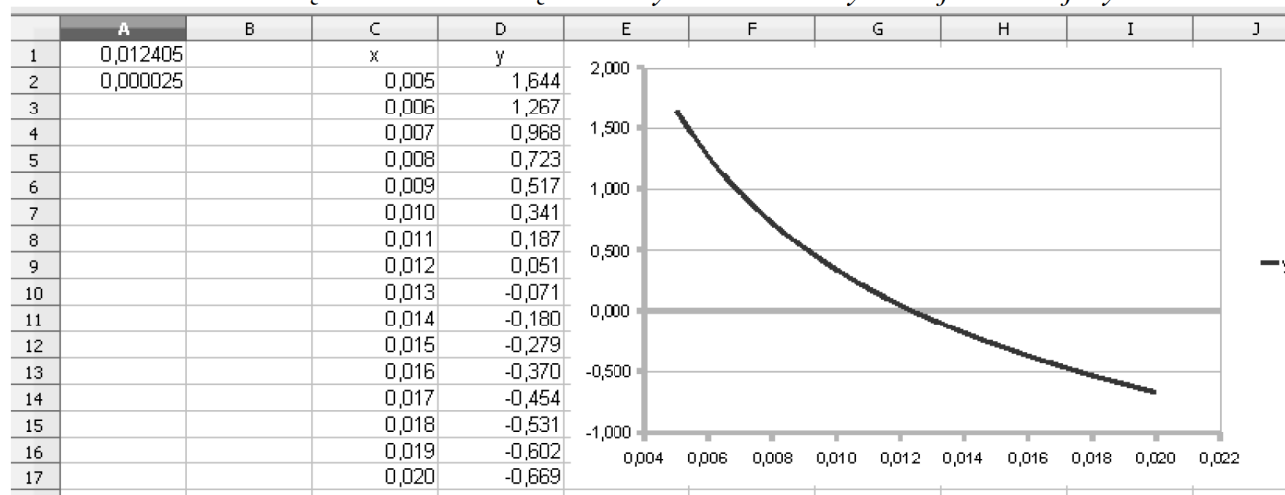
$$=0,242/A1^0,5-LOG10(12000*A1)$$

Do komórki A1 wpisujemy wartość startową  $x$ , którą należy oszacować z wykresu (ok. 0,012). Następnie wywołać narzędzie *Szukaj wyniku* i w pojawiającym się oknie dialogowym wprowadzić odpowiednie dane. W okienku komórki formuły wpisać A2, w okienku wartości docelowej 0, zaś w

okienku komórki ze zmienną A1. Po kliknięciu *OK* pojawia się komunikat o pozytywnym bądź negatywnym rezultacie.

W celu zwiększenia dokładności obliczeń można zmienić parametry iteracji (zwiększyć liczbę iteracji i dokładność) w menu *Narzędzia – Opcje – OO Calc – Oblicz*.

W MS Excel 2007 wstążka *Dane – Narzędzia danych – Analiza symulacji – Szukaj wyniku*.



## ĆWICZENIE 9 – MACIERZE

Wykonać zaprezentowane niżej działania na macierzach.

W dowolnych komórkach wpisać macierz:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 6 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Korzystając z funkcji *WYZNACZNIK.MACIERZY* obliczyć wartość wyznacznika wpisanej macierzy (wynik=-2),

Wyznaczyć macierz odwrotną do macierzy wpisanej (funkcja *MACIERZ.ODW*, wystarczy podać zakres komórek zawierających macierz do odwrócenia, w Excelu należało jeszcze zaznaczyć obszar docelowy wyniku i użyć kombinacji klawiszy Ctrl Shift Enter), należy uważać aby nie wcisnąć a potem puścić tylko klawiszy Ctrl Shift co spowoduje zmianę układu klawiatury, Powrót następuje po powtórnym użyciu Ctrl Shift.

Wymnożyć pierwszą macierz przez macierz odwrotną (funkcja *MACIERZ.ILOCZYN*), wynikiem powinna być macierz jednostkowa.

Dodać do siebie pierwszą macierz i macierz odwrotną (zaznaczyć zakres docelowy komórek, wybrać z klawiatury =, zaznaczyć pierwszą macierz, wybrać z klawiatury +, zaznaczyć drugą macierz, wybrać kombinację klawiszy Ctrl Shift Enter).

Wynik dodawania transponować (funkcja *TRANSPONUJ*).

Po wykonaniu powyższych działań arkusz kalkulacyjny powinien wyglądać następująco:

1	2	3
0	1	6
1	2	1
Wyznacznik		
	-2	
Macierz odwrotna		
5,5	-2	-4,5
-3	1	3
0,5	0	-0,5
Mnożenie macierzy		
1	0	0
0	1	0
0	0	1
Dodawanie macierzy		
6,5	0	-1,5
-3	2	9
1,5	2	0,5
Macierz transponowana		
6,5	-3	1,5
0	2	2
-1,5	9	0,5

Funkcją, której nie ma w kategorii *Macierz*, a może być przydatna w działaniach na macierzach, jest *INDEKS* (kategoria *Arkusz kalkulacyjny*). Służy ona do pobierania np. z macierzy, wartości pojedynczego elementu. Po wybraniu tej funkcji należy zaznaczyć zakres komórek tworzący macierz, podać numer wiersza i kolumny (np. 1,1 – arkusz kalkulacyjny *OO* w przeciwieństwie do *Excelsa* indeksuje elementy macierzy od 1 a nie od 0). Po kliknięciu *OK* w wybranej komórce pojawi się wartość odpowiedniego elementu macierzy.

Samodzielnie przygotować arkusz służący do rozwiązywania układów trzech równań liniowych. Wykorzystać działania na macierzach oraz funkcje logiczne. Układ równań w zapisie macierzowym:

$$A \times X = B$$

gdzie:

$A$  – macierz wyrazów przy niewiadomych,

$X$  – wektor niewiadomych,

$B$  - wektor wyrazów wolnych.

Rozwiązanie tego układu ma postać:

$$X = A^{-1} \times B .$$

Jeśli wyznacznik macierzy  $A$  ma wartość 0, to układ równań nie ma rozwiązania. W takim wypadku powinien pojawić się odpowiedni komunikat (wykorzystać funkcję *JEŻELI*).



## MATHCAD

### ĆWICZENIE 1 – POCHODNE, CAŁKI, GRANICE

Podstawowe narzędzia Mathcada znajdują się na pływającym pasku Math (View – Toolbars – Math). Pod kolejnymi przyciskami ukryte są palety: arytmetyczna, operatorów, grafika, macierze, rachunek różniczkowy i całkowy, programowanie, alfabet grecki, obliczenia symboliczne.

Obiekty można wstawiać w dowolnym miejscu ekranu. Mogą to być wzory, teksty i wykresy. Obszar zajmowany przez obiekt nosi nazwę regionu. Regiony można dowolnie przesuwać po ekranie. Należy jednak pamiętać, że Mathcad „widzi” z góry na dół i regiony wynikające z wcześniejszych muszą się znajdować niżej. Regiony tekstowe wprowadzamy poprzez znak „. Wciśnięcie spacji podczas pisania wzoru powoduje jego przekształcenie w region tekstowy.

W dowolnym miejscu ekranu należy wpisać poniższy wzór. Pisząc zwrócić uwagę na zachowanie ramki wyboru. Przećwiczyć manewry ramką wyboru przy pomocy spacji i klawiszy strzałek. Przy wprowadzaniu wzoru skorzystać z operatorów arytmetycznych analogicznie do arkusza kalkulacyjnego (+ - \* / ^)

$$\frac{x^2 + x - 2}{(x + 2) \cdot x}$$

Zaznaczyć wzór ramką wyboru i skopiować do schowka. Następnie kliknąć pusty obszar ekranu poniżej i z palety Calculus Toolbar wybrać pierwszą pochodną. W odpowiednie miejsca wprowadzić nazwę zmiennej x i wkleić wzór. Z palety Symbolic Keyword Toolbar wybrać narzędzie Symbolic Evaluation i kliknąć na pustym ekranie. Za strzałką pojawi się wzór pochodnej. Jeśli podejrzewamy, że da się go uprościć, po zaznaczeniu całości ramką wyboru można wybrać narzędzie Simplify i Mathcad spróbuje przedstawić wzór w prostszej postaci.

$$\frac{d}{dx} \frac{x^2 + x - 2}{(x + 2) \cdot x} \rightarrow \frac{(2 \cdot x + 1)}{((x + 2) \cdot x)} - \frac{(x^2 + x - 2)}{[(x + 2)^2 \cdot x]} - \frac{(x^2 + x - 2)}{[(x + 2) \cdot x^2]} \text{ simplify } \rightarrow \frac{1}{x^2}$$

W podobny sposób policzyć drugą pochodną, całki i granice.

$$\frac{d}{dx} \frac{x^2 + x - 2}{(x+2) \cdot x} \rightarrow \frac{2}{((x+2) \cdot x)} - 2 \cdot \frac{(2 \cdot x + 1)}{[(x+2)^2 \cdot x]} - 2 \cdot \frac{(2 \cdot x + 1)}{[(x+2) \cdot x^2]} + 2 \cdot \frac{(x^2 + x - 2)}{[(x+2)^3 \cdot x]} + 2 \cdot \frac{(x^2 + x - 2)}{[(x+2)^2 \cdot x^2]} + 2 \cdot \frac{(x^2 + x - 2)}{[(x+2) \cdot x^3]} \text{ simplify } \rightarrow \frac{-2}{x^3}$$

$$\int \frac{x^2 + x - 2}{(x+2) \cdot x} dx \rightarrow x - \ln(x) \text{ simplify } \rightarrow x - \ln(x)$$

$$\int_1^5 \frac{x^2 + x - 2}{(x+2) \cdot x} dx \rightarrow 4 - \ln(5) = 2.391$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + x - 2}{(x+2) \cdot x} \rightarrow 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 + x - 2}{(x+2) \cdot x} \rightarrow 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 + x - 2}{(x+2) \cdot x} \rightarrow 0$$

## ĆWICZENIE 2 - WYKRESY

Do tworzenia wykresów służy paleta przycisków dostępna w menu Graph Palette. Znajduje się na niej 9 przycisków :

- X – Y Plot (wykres w płaskim układzie współrzędnych kartezjańskich);
- Zoom (powiększenie);
- Trace (śledzenie wartości);
- Polar Plot (wykres w płaskim układzie współrzędnych biegunowych);
- Surface Plot (wykres powierzchni w przestrzennym układzie współrzędnych kartezjańskich);
- Contour Plot (wykres poziomicowy na podstawie danych zawartych w macierzy);
- 3D Bar Chart (trójwymiarowy wykres słupkowy);
- 3D Scatter Plot (wykres punktowy w przestrzennym układzie współrzędnych kartezjańskich);
- Vector Field Plot (wykres na podstawie parametrów opisujących pole wektorowe).

Każde z poniższych zadań należy wykonać w nowym arkuszu.

Zadanie 1:

W trakcie badań przeprowadzono pięć pomiarów wartości wielkości  $x$  oraz  $y$ . Uzyskano następujące pary wartości : (1, 0), (2, 5), (4, -5), (5, 0). Wykreślić wykres tej zależności w układzie kartezjańskim, stosując łączenie zadanych punktów odcinkami prostymi (domniemane ustawienie programu).

Wykonanie:

- Należy zdefiniować macierz o dwóch kolumnach i pięciu wierszach, zawierającą wyniki pomiarów:

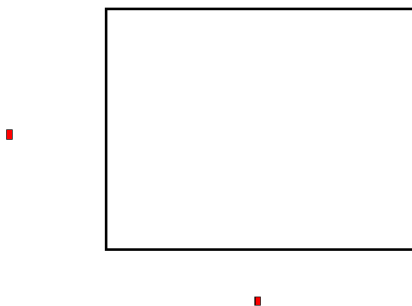
$$W := \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 5 \\ 3 & 0 \\ 4 & -5 \\ 5 & 0 \end{bmatrix}$$

- Pierwsza kolumna to wartości zmiennej niezależnej, a druga – zależnej. Do zdefiniowania obu wielkości można użyć przycisku Matrix Column znajdującego się na palecie Vector and Matrix Palette:

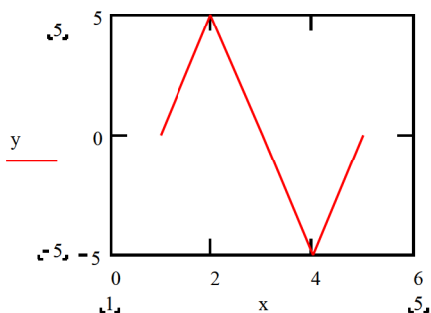
$$x := W^{<0>}$$

$$y := W^{<1>}$$

- Wywołać szablon wykresu dwuwymiarowego w układzie kartezjańskim - X – Y Plot:



- Wypełnić odpowiednie pola szablonu nazwami zmiennych, Program automatycznie proponuje pewne zakresy skalowania osi:



Zadanie 2:

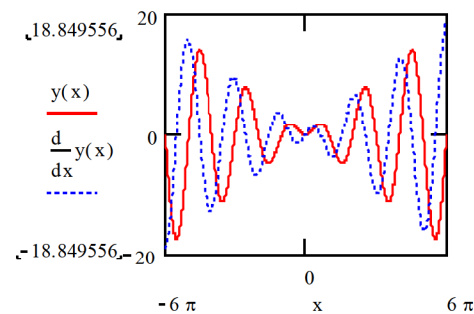
Narysować wykres funkcji  $y(x)=x\sin(x)$  oraz jej pierwszej pochodnej w przedziale zmienności od  $-\pi$  do  $6\pi$ . Przeprowadzić edycję otrzymanych wykresów.

Wykonanie:

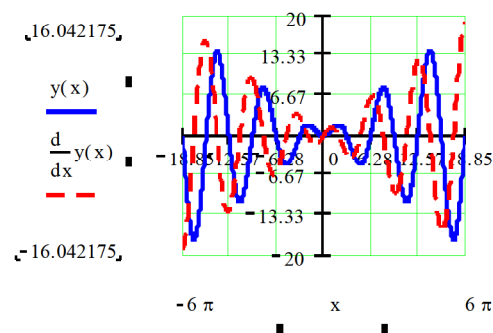
- Zdefiniować funkcję  $y(x)$ :

$$y(x) := x \cdot \sin(x)$$

- Wywołać szablon wykresu dwuwymiarowego w układzie kartezjańskim - X – Y Plot.
- Wypełnić pola szablonu. Miejsce na drugą funkcję w polu osi pionowej można otrzymać wciskając przecinek po napisaniu nazwy pierwszej funkcji. Symbol pochodnej jest dostępny na palecie Calculus Palette. Program automatycznie dobiera zakres zmienności zmiennej  $x$  od  $-10$  do  $10$ . Wartości te należy zmienić na żądane w treści zadania (symbol  $\pi$  znajduje się na palecie Arithmetic Palette). Ostatecznie wykres powinien wyglądać następująco:



- Edycja wykresu jest możliwa po jego dwukrotnym kliknięciu lewym przyciskiem myszy. Pojawia się menu z czterema zakładkami. Zakładka X-Y Axes dotyczy formatowania osi, Traces to formatowanie linii wykresu, Labels umożliwia nadanie nazw całemu wykresowi i poszczególnym osiom, Defaults pozwala na przywrócenie ustawień domyślnych lub ich zmianę (nie zalecane). Wykres po edycji może wyglądać np. tak:



- Narzędzie Zoom umożliwia powiększenie zaznaczonego myszką fragmentu wykresu.
- Narzędzie X-Y Trace pozwala na śledzenie wartości  $x$  i  $y$  oraz ich kopiowanie do schowka.

Zadanie 3:

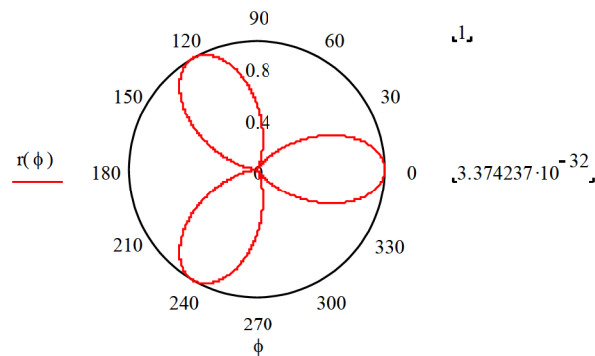
W układzie współrzędnych biegunowych narysować wykres trójlistnej koniczynki.

Wykonanie:

- Definicja funkcji

$$r(\phi) := \cos(1.5 \cdot \phi)^2$$

- Wywołanie szablonu wykresu w układzie współrzędnych biegunowych (Polar Plot). W polu dolnym należy wpisać oznaczenie kąta wodzącego  $\phi$ , a w polu bocznym funkcję promienia wodzącego  $r(\phi)$ .



- Edycja wykresu biegunowego wg zasad analogicznych do wykresu w układzie kartezjańskim.

Zadanie 4:

Dla pewnego urządzenia w ciągu trzech dni prowadzono serię czterech pomiarów dziennie. Uzyskano następujące wyniki:

- w pierwszym dniu 1, 2, 4.4, 8;
- w drugim dniu: 1, 4, 9, 16;
- w trzecim dniu: 1, 6, 13.5, 24.

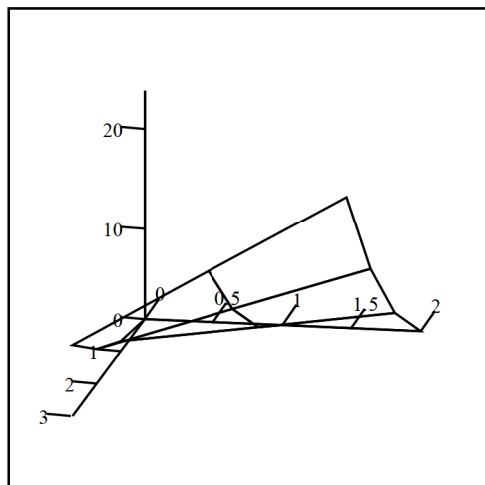
Wykonać wykres przestrzenny powierzchni definiowanej tymi danymi. Przyjąć jako zmienną  $x$  numer pomiaru w ciągu dnia, jako zmienną  $y$  numer dnia. Obrócić uzyskaną powierzchnię, aby zwiększyć czytelność wykresu.

Wykonanie:

- zdefiniowanie macierzy  $M$  zawierającej dane:

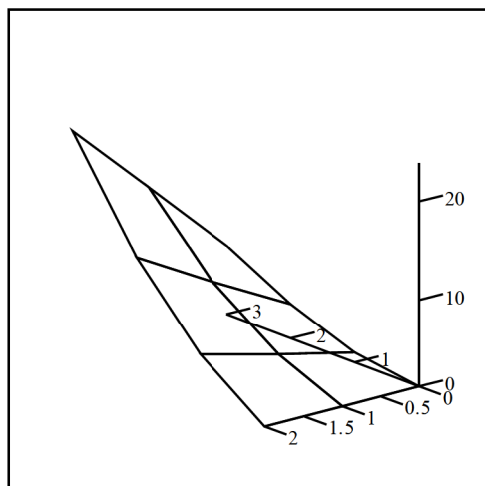
$$M := \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 6 \\ 4.5 & 9 & 13.5 \\ 8 & 16 & 24 \end{bmatrix}$$

- Wywołanie szablonu wykresu przestrzennego Surface Plot. Wpisanie w lewym dolnym narożniku szablonu nazwy macierzy M:



M

- Jak widać kąt patrzenia na utworzoną powierzchnię jest niekorzystny. Wykres można obrócić korzystając z menu edycyjnego pojawiającego się po dwukrotnym kliknięciu lewym przyciskiem myszy na obszarze wykresu. Np. po wpisaniu w okienku Rotation wartości 140, wykres przybierze postać:



M

### ĆWICZENIE 3 - RÓWNANIA I UKŁADY RÓWNAŃ

Równania i układy równań można rozwiązywać symbolicznie (sposób dokładny), bądź numerycznie (sposób przybliżony). Rozwiązanie symboliczne nie zawsze jest możliwe. Przy budowie równań należy używać pogrubionego znaku równości Boolean Equals dostępnego na palecie Evaluation and Boolean Palette.

## ĆWICZENIE 1

Rozwiązać symbolicznie równanie oraz wykonać sprawdzenie:

$$x^2 - 6x + 5 = 0$$

Wykonanie:

Do symbolicznego rozwiązywania równań z jedną niewiadomą służy polecenie Solve dostępne w menu Symbolics – Variable – Solve. Polecenie to należy wybierać po zaznaczeniu ramką wyboru zmiennej, względem której chcemy równanie rozwiązać (zmienna na dowolnej pozycji ale zaznaczamy zawsze bez liczbowego współczynnika i wykładnika). Rozwiązaniem będzie wektor zawierający dwa pierwiastki

$$x^2 - 6x + 5 = 0$$

$$\begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Sprawdzenie

Można kolejno podstawiać wartości obu pierwiastków do równania i sprawdzać, czy w każdym przypadku wynikiem jest 0. O wiele efektywniejszym sposobem jest jednak przeprowadzenie wektoryzacji równania i wykonanie obliczeń na całym wektorze pierwiastków jednocześnie. Najpierw trzeba zdefiniować macierz nazwaną literą niewiadomej zawierającą pierwiastki:

$$x := \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix}$$

W celu wektoryzacji równania należy je podkreślić ramką wyboru i użyć kombinacji klawiszy CTRL (Control) – (minus) z klawiatury:

$$\overrightarrow{(x^2 - 6x + 5)}$$

Po wybraniu z klawiatury znaku równości otrzymamy wektor wyników:

$$\overrightarrow{(x^2 - 6x + 5)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \blacksquare$$

## ĆWICZENIE 2

Rozwiązać symbolicznie układ równań i wykonać sprawdzenie:

$$5x - 3y = 6$$

$$2x + y - 3 = 0$$

Wykonanie:

Nad układem równań musi się znaleźć słowo kluczowe given, a pod find. Po wpisaniu find(x,y), z palety Evaluation and Boolean Palette należy wybrać przycisk Evaluate Symbolically. Klawisz Enter uruchamia proces rozwiązywania układu równań. Po zaznaczeniu całej macierzy rozwiązań i wybraniu znaku równości z klawiatury otrzymamy wyniki w postaci zaokrąglonych ułamków dziesiętnych.

given

$$5x - 3y = 6$$

$$2x + y - 3 = 0$$

$$\text{find}(x, y) \rightarrow \begin{bmatrix} \frac{15}{11} \\ \frac{3}{11} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.364 \\ 0.273 \end{bmatrix}$$

Sprawdzenie poprawności rozwiązania zostanie wykonane nieco inaczej niż w przypadku ĆWICZENIA 1. Należy zdefiniować macierz niewiadomych  $x, y$ , następnie skopiować lewe strony obu równań i wybrać znak równości z klawiatury. Otrzymane wyniki dowodzą, że układ równań został rozwiązany z dokładnością do 0,001.

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} := \begin{bmatrix} 1.364 \\ 0.273 \end{bmatrix}$$

$$5x - 3y = 6.001$$

$$2x + y - 3 = 1 \cdot 10^{-3}$$

Przedstawionymi powyżej metodami można rozwiązać tylko niektóre równania i układy równań. Funkcje umożliwiające rozwiązanie praktycznie dowolnego równania bądź układu (ale z nieco mniejszą dokładnością) to : root, polyroots, minerr.

### ĆWICZENIE 3

Przy pomocy funkcji root i polyroots rozwiązać równania z ĆWICZENIA 1.

Wykonanie:

Funkcja root służy do poszukiwania jednego pierwiastka równania postaci  $f(x)=0$ . Równanie rozwiązywane jest numerycznie, wobec czego należy podać startową wartość niewiadomej, od której program rozpocznie poszukiwanie rozwiązania. Wartość tę można oszacować na podstawie wykresu funkcji, w ostateczności można przyjąć 1. Równanie należy przekształcić do postaci  $f(x)=0$ . Po wprowadzeniu funkcji root (dostępna w menu Insert Function), wpisaniu jej argumentów (nazwa równania i zmienna, względem której równanie ma być rozwiązane) i wybraniu znaku = z klawiatury otrzymujemy wynik

$$x := 1$$

$$f(x) := x^2 - 6x + 5$$

$$\text{root}(f(x), x) = 1$$

Jak widać obliczony został tylko jeden pierwiastek tego równania, gdyż tylko tyle umożliwia funkcja root. W celu obliczenia wszystkich pierwiastków równania należy zastosować funkcję polyroots.



Argumentem tej funkcji jest wektor współczynników przy niewiadomej w równaniu. Wektor ten można zdefiniować ręcznie, lub wykorzystać do tego celu funkcję Polynomial Coefficients dostępną w menu Symbolics. Należy zaznaczyć ramką wyboru zmienną, względem której ma być uporządkowane równanie i wybrać tę funkcję. W odpowiedzi program utworzy macierz współczynników tego równania (na samej górze znajduje się wyraz wolny, niżej współczynniki stojące przy coraz wyższych potęgach niewiadomej). Macierz tę należy nazwać i nazwę użyć jako argument funkcji polyroots.

$$f(x) := x^2 - 6x + 5$$

$$A := \begin{bmatrix} 5 \\ -6 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{polyroots}(A) = \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \end{bmatrix}$$

#### ĆWICZENIE 4

Używając funkcji polyroots wyznaczyć wszystkie pierwiastki równania i wykonać sprawdzenie.

$$x^3 - 2x^2 - x + 2 = 0$$

Wykonanie:

Używając do lewej strony równania funkcji Polynomial Coefficients wyznaczamy macierz współczynników:

$$x^3 - 2x^2 - x + 2$$

$$\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$A := \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Teraz macierz A staje się argumentem funkcji polyroots:

$$\text{polyroots}(A) = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} \blacksquare$$

Wybranie znaku = powoduje wyświetlenie wyniku.

Sprawdzenie poprawności rozwiązania – jak w ĆWICZENIU 1:

$$x := \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\overrightarrow{(x^3 - 2x^2 - x + 2)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

## ĆWICZENIE 5

Rozwiązać układ równań i wykonać jego sprawdzenie:

$$\cos(x) + x - y = 0$$

$$x^2 + y^2 - 4 = 0$$

Wykonanie:

Najpierw należy podać wartości startowe niewiadomych. Ponieważ nie mamy żadnych przesłanek co do możliwego rozwiązania, wpisujemy 1. Układ równań rozpoczyna się słowem given, a kończy funkcją minerr. wprowadzenie znaku = z klawiatury powoduje wyświetlenie rozwiązania.

$$x := 1$$

$$y := 1$$

given

$$\cos(x) + x - y = 0$$

$$x^2 + y^2 - 4 = 0$$

$$\text{minerr}(x, y) = \begin{bmatrix} 1.245 \\ 1.565 \end{bmatrix}$$

Rozwiązanie zostało uzyskane metodami numerycznymi, nie jest więc ściśle i należy sprawdzić, czy jego dokładność jest dla nas wystarczająca. Sprawdzenie należy wykonać podobnie jak w ĆWICZENIU 2.

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} := \begin{bmatrix} 1.245 \\ 1.565 \end{bmatrix}$$

$$\cos(x) + x - y = 6.332 \cdot 10^{-5}$$

$$x^2 + y^2 - 4 = -7.5 \cdot 10^{-4}$$

W tym układzie w drugim równaniu niewiadoma  $y$  występuje w drugiej potędze. Po jej wyliczeniu otrzymamy funkcję:

$$y^2(x) := 4 - x^2$$

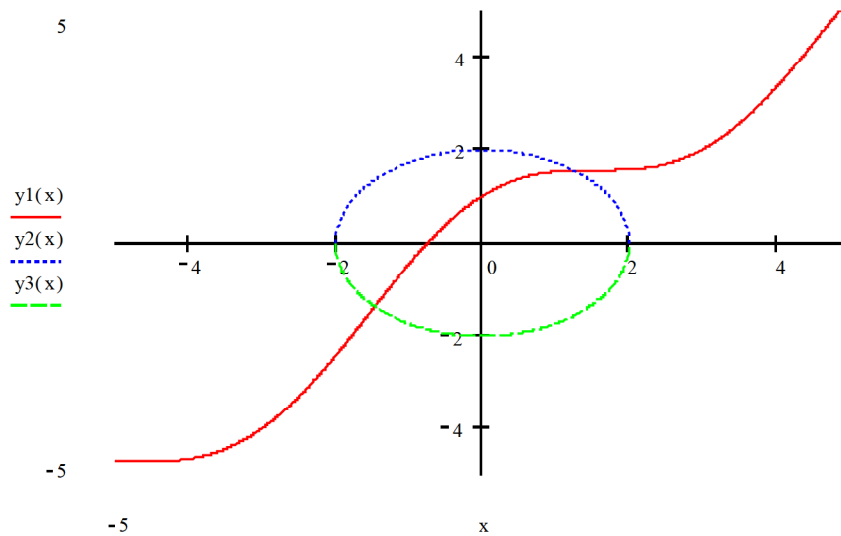
co może oznaczać:

$$y(x) := \sqrt{4 - x^2}$$

ale równie dobrze:

$$y(x) := -\sqrt{4 - x^2}$$

Nie wiemy, czy Mathcad rozwiązując układ równań, uwzględnił obie możliwości. Można się o tym przekonać sporządzając wykresy wszystkich trzech funkcji.



Z rysunku wynika, że istnieje jeszcze jedna para rozwiązań  $x, y$ , tym razem o wartościach ujemnych. Zadany układ równań należy więc rozwiązać jeszcze raz przyjmując nowe wartości startowe, oszacowane na podstawie wykresu.

$$x := -1.5$$

$$y := -1.5$$

Ponieważ wiemy, że obie wartości muszą być ujemne, więc aby uprościć obliczenia, możemy narzucić dodatkowe warunki na znak  $x$  i  $y$ . Ostatecznie sposób rozwiązania będzie wyglądał następująco:

$$x := -1.5$$

$$y := -1.5$$

given

$$\cos(x) + x - y = 0$$

$$x^2 + y^2 - 4 = 0$$

$$x < 0$$

$$y < 0$$

$$\text{minerr}(x, y) = \begin{bmatrix} -1.466 \\ -1.361 \end{bmatrix}$$

I jeszcze sprawdzenie poprawności otrzymanych wyników:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} := \begin{bmatrix} -1.466 \\ -1.361 \end{bmatrix}$$

$$\cos(x) + x - y = -3.954 \cdot 10^{-4}$$

$$x^2 + y^2 - 4 = 1.477 \cdot 10^{-3}$$

Czyli rozwiązaniem zadanego układu równań są dwie pary liczb:

$$\begin{cases} x_1 = 1,245 \\ y_1 = 1,565 \end{cases} \quad \text{i} \quad \begin{cases} x_2 = -1,466 \\ y_2 = -1,361 \end{cases}$$

## ĆWICZENIE 4 - MACIERZE

Do działań na macierzach służy pasek narzędzi Matrix Toolbar. Używając przycisku Matrix or Vector należy wstawić macierz 3 na 3 (Rows – wiersze, Columns – kolumny) i wprowadzić wartości zgodnie z rysunkiem. Następnie wykonać zaprezentowane na rysunku działania wykorzystując polecenia (**proszę pamiętać, że Mathcad numeruje elementy macierzy od 0 a nie od 1!!!**):

$$A := \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 6 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

- do wybrania pojedynczego elementu z macierzy przycisku Subscript z Matrix Toolbar

$$A_{1,2} = 6 \quad \blacksquare$$

- do wybrania podmacierzy polecenia submatrix (nazwa macierzy, numer wiersza ograniczającego od góry, numer wiersza ograniczającego od dołu, numer kolumny ograniczającej z lewej, numer kolumny ograniczającej z prawej)

$$B := \text{submatrix}(A, 0, 1, 1, 2)$$

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 6 \end{bmatrix}$$

- do dodania liczby do macierzy znaku +

$$A + 2 = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 8 \\ 3 & 4 & 3 \end{bmatrix} \blacksquare$$

- do pomnożenia macierzy przez liczbę znaku \*

$$A \cdot 2 = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 0 & 2 & 12 \\ 2 & 4 & 2 \end{bmatrix} \blacksquare$$

- do obliczenia wyznacznika z macierzy przycisku Determinat z Matrix Toolbar

$$|A| = -2 \blacksquare$$

- do obliczenia macierzy odwrotnej polecenia Inverse z Matrix Toolbar

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 5.5 & -2 & -4.5 \\ -3 & 1 & 3 \\ 0.5 & 0 & -0.5 \end{bmatrix} \blacksquare$$

- do mnożenia macierzy znaku \*

$$A \cdot A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \blacksquare$$

- do transponowania macierzy polecenia Matrix Transpose z Matrix Toolbar

$$A^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 3 & 6 & 1 \end{bmatrix} \blacksquare$$

- do dodawania macierzy znaku +

$$A + A^T = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & 8 \\ 4 & 8 & 2 \end{bmatrix} \blacksquare$$

- do wyboru pojedynczej kolumny polecenia Matrix Column z Matrix Toolbar

$$A^{<0>} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \blacksquare$$

## ĆWICZENIE 5 – ZADANIA RÓŻNE

### ZADANIE 1

Mathcad umożliwia ustalenie równania funkcji najlepiej pasującej do danych doświadczalnych. Punktem wyjścia może być macierz zawierająca dane. Następnie należy zdefiniować zmienne x i y jako odpowiedni kolumny tej macierzy. Do obliczenia współczynnika kierunkowego prostej posłuży funkcja  $\text{slope}(x,y)$  zaś wyrazu wolnego funkcja  $\text{intercept}(x,y)$ . Obliczenia można zilustrować wykresem.

$$\text{dane} := \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \\ 3 & 5 \\ 4 & 7 \\ 5 & 8 \\ 6 & 9 \\ 7 & 11 \\ 8 & 12 \\ 9 & 14 \\ 10 & 17 \end{bmatrix}$$

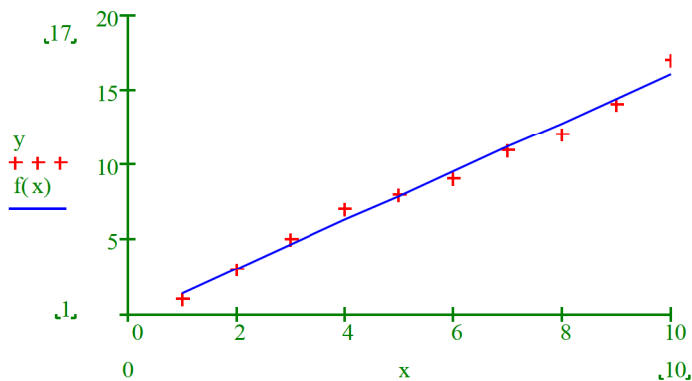
$$x := \text{dane}^{<0>} \quad y := \text{dane}^{<1>}$$

$$a := \text{slope}(x,y)$$

$$b := \text{intercept}(x,y)$$

$$a = 1.63 \quad b = -0.267$$

$$f(x) := a \cdot x + b$$



## ZADANIE 2

Obliczyć sumę i iloczyn pierwszych dziesięciu wyrazów szeregu  $a(n) = \frac{1}{n}$ . Należy wykorzystać narzędzia Summation i Iterated Product znajdujące się na Calculus Toolbar.

$$a(n) := \frac{1}{n}$$

$$\sum_{n=1}^{10} a(n) = 2.929$$

$$\prod_{n=1}^{10} a(n) = 2.756 \cdot 10^{-7}$$

## ZADANIE 3

Obliczyć sumę i iloczyn kwadratów liczb parzystych nie większych niż 100. Zadanie to należy wykonać podobnie jak zadanie nr 2. Problemem jest jedynie zdefiniowanie zbioru liczb parzystych nie większych niż 100. Do tego celu zostanie wykorzystana zmienna zakresowa – Range Variable na Matrix Toolbar. Podajemy pierwszą, drugą i ostatnią wartość zmiennej czyli 2, 4 i 100. Na podstawie różnicy dwóch pierwszych Mathcad obliczy resztę. W przypadku zmiennej zakresowej nie ma potrzeby określania granic sumy i iloczynu dlatego do ich obliczenia zostaną użyte narzędzia Range Variable Summation i Range Variable Iterated Product z Calculus Toolbar.

$$n := 2, 4 .. 100$$

$$a(n) := n^2$$

$$\sum_n a(n) = 1.717 \cdot 10^5$$

$$\prod_n a(n) = 1.173 \cdot 10^{159}$$

## ZADANIE 4

Jeśli funkcja ma w punkcie  $x_0$  pochodne dowolnego rzędu, to można przedstawić ją w formie szeregu:

$$f(x) \approx \sum_{k=0}^N \frac{f^{(k)}(x_0)(x - x_0)^k}{k!},$$

Szereg ten nazywamy **szeregiem Taylora** funkcji  $f$ . Jeżeli  $x_0 = 0$ , to szereg ten nazywamy **szere-**

**giem Maclaurina.** Szereg (wzór) Taylora (Maclaurina) jest efektywnym narzędziem aproksymacji funkcji *dostatecznie dużo* razy różniczkowalnych. Często do obliczenia przybliżonej wartości funkcji (o wartościach rzeczywistych), liczy się wartość dla  $m$ -tej sumy częściowej jej szeregu Taylora. Tak więc przybliżoną wartość funkcji rzeczywistej  $f$ , spełniającej powyższe założenia można znaleźć licząc kilka pierwszych wartości tego szeregu.

Rozwinąć w szereg Maclaurina kolejno stopnia 6, 9, 12 funkcję sinus. Wyniki zaprezentować na wykresie. W tym celu należy wpisać funkcję  $\sin(x)$ , ramką wyboru zaznaczyć samą zmienną  $x$ , następnie z menu SYMBOLICS wybrać VARIABLE i EXPAND TO SERIER, podać stopień rozwinięcia (np. 6) i kliknąć OK. Po pojawieniu się rozwiązania nadać mu nazwę  $\sin6(x)$ . Kolejne rozwinięcia obliczać w ten sam sposób. Następnie wszystkie funkcje nanieść na wykres.

$$\sin(x)$$

$$\sin6(x) := x - \frac{1}{6} \cdot x^3 + \frac{1}{120} \cdot x^5$$

$$\sin9(x) := x - \frac{1}{6} \cdot x^3 + \frac{1}{120} \cdot x^5 - \frac{1}{5040} \cdot x^7$$

$$\sin12(x) := x - \frac{1}{6} \cdot x^3 + \frac{1}{120} \cdot x^5 - \frac{1}{5040} \cdot x^7 + \frac{1}{362880} \cdot x^9 - \frac{1}{39916800} \cdot x^{11}$$

